よくわかる数値解析演習－誤答例・評価基準つき－

正誤表・追記事項

皆本晃弥

平成 20 年 4 月 11 日

青字が追記部分，赤字が訂正部分．

章立ておよび章タイトルの変更を奨励

第 6 章 関数近似 $\rightarrow$ 第 6 章 補間と近似
第 7 章 常微分方程式 $\searrow$ 第 7 章 数値積分
第 8 章 数値積分 $\nearrow$ 第 8 章 常微分方程式

p.10

(誤) (L と $\bar{U}$ は定数)
(正) (L と U は定数)

p.19，下から 2 行目

(誤) ノルム $\|\cdot\|$ はベクトルの大きさを表す非負の定数であり，
(正) ノルム $\|\cdot\|$ はベクトルの大きさを表す非負の実数であり，

p.35

次の演習問題を追加．

演習問題 2.11-1 A を n 次正方複素行列とし，A^* を A の共役転置行列とする．このとき，A^*A の固有値は非負の実数であることを示せ．

(解答)
まず，$A^* = \bar{A}^t$ および $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) = \boldsymbol{a}^t \bar{\boldsymbol{b}}$ に注意する．A^*A の任意の固有値を λ とし，対応する固有ベクトルを $\boldsymbol{x} \neq \boldsymbol{0}$ とすると，

$$\begin{aligned}\lambda(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}) &= (\lambda\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}) = (A^*A\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}) = (A^*A\boldsymbol{x})^t \bar{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{x}^t A^t (\bar{A}^t)^t \bar{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{x}^t A^t \bar{A} \bar{x} = \boldsymbol{x}^t \overline{\bar{A}^t A \boldsymbol{x}} \\ &= \boldsymbol{x}^t \overline{A^* A \boldsymbol{x}} = (\boldsymbol{x}, A^*A\boldsymbol{x}) = (\boldsymbol{x}, \lambda\boldsymbol{x}) = \bar{\lambda}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x})\end{aligned}$$

なので，$\lambda = \bar{\lambda}$ である．これは λ が実数であることを意味する．
また，

$$\begin{aligned}(A\boldsymbol{x}, A\boldsymbol{x}) &= (A\boldsymbol{x})^t \overline{A\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{x}^t A^t \overline{A\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{x}^t \overline{\bar{A}^t A \boldsymbol{x}} = \boldsymbol{x}^t \overline{A^* A \boldsymbol{x}} = (\boldsymbol{x}, A^*A\boldsymbol{x}) \\ &= (\boldsymbol{x}, \lambda\boldsymbol{x}) = \bar{\lambda}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}) = \lambda(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}) \geq 0\end{aligned}$$

なので，$\lambda \geq 0$ である．

p.63

(誤) まず，(4.3) における第 1 列の最大要素は第 3 行の 3 なので
(正) まず，(4.3) における第 1 列の絶対値最大要素は第 3 行の 3 なので

p.66，p.78

問題 4.7(1) は演習問題 4.3 と同じなので削除しても構わない．

また，配点が演習問題 4.3 と異なっているが，これは学習者の学習進度を考慮しているためである．演習問題 4.3 は部分ピボット選択付きガウス消去法までしか学習していないという仮定の下で出題しているのに対し，問題 4.7 は LU 分解まで知っている (つまり，より連立 1 次方程式の解法に慣れている) という仮定の下に出題している．

p.78

(誤) (第 2 段)：第 2 列 目 の 2 行目以下の
(正) (第 2 段)：第 2 列の 2 行目以下の

p.89

(誤) **演習問題 4.9** 連立方 1 次程式
(正) **演習問題 4.9** 連立 1 次方程式

p.103，下から 2 行目

(誤) また，cond($\bar{U}$) の値が大きいときは，
(正) また，cond(U) の値が大きいときは，

p.107 の下から 2 行目

(誤) 直接 $\boldsymbol{v} = (A - \hat{\lambda}E_n)^{-1}\boldsymbol{y}(k)$ を計算するのではなく，
(正) 直接 $\boldsymbol{v} = (A - \hat{\lambda}E_n)^{-1}\boldsymbol{y}^{(k)}$ を計算するのではなく，

p.181 の先頭に追加

不等号・近似記号

高校まで使用していた不等号 $\leqq$ や $\geqq$ を大学では $\leq$ や $\geq$ と記すことがある．また，高校まで使用していた近似を表す記号 $\fallingdotseq$ を大学では $\approx$ と記すことがある．本書では，$\leq, \geq, \approx$ を使用することにする．

p.183 の最後に追加

数ベクトル

自然数 n を固定して n 個の実数を縦に並べた列 $\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$ を $\mathbb{R}$ 上の n **次元数ベクトル**または n **次元実ベクトル**という.

ベクトルの相等

2 つの n 次元数ベクトル $\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$ について，$a_i = b_i$ がすべての $i = 1, 2, \ldots, n$ について成立するとき，これら 2 つの数ベクトル $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ は**等しい**といって，$\boldsymbol{a}$=$\boldsymbol{b}$ と表す.

ベクトルの呼び方

$\mathbb{R}$ 上の n 次元数ベクトル全体の集合を $\mathbb{R}^n$ と書いて，これを $\mathbb{R}$ 上の n **次元数ベクトル空間**または n **次元実ベクトル空間**という．また，このとき，$\mathbb{R}$ の要素のことを**スカラー**といい，$\mathbb{R}^2$ のベクトルのことを**平面ベクトル**，$\mathbb{R}^3$ のベクトルのことを**空間ベクトル**などと呼ぶ.

通常，ベクトルを表記するのに $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}$ などのように太文字で表し，スカラーは a, b, x, y のように斜体で書く.

和・スカラー倍

2 つの n 次元数ベクトル $\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$ について，**和** $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$ を $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \vdots \\ a_n + b_n \end{bmatrix}$ と定義する．また，$c \in \mathbb{R}$ による n 次元数ベクトル $\boldsymbol{a}$ の**スカラー倍** $c\boldsymbol{a}$ を $c\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} ca_1 \\ ca_2 \\ \vdots \\ ca_n \end{bmatrix}$ と定義する.

零ベクトル

$\boldsymbol{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$ を**零ベクトル**と呼ぶ.

なお，$\mathbb{R}$ 上の数ベクトル空間と同様に，複素数 $\mathbb{C}$ 上の数ベクトル空間も考えることができる．

複素数上の数ベクトル

n 個の $\mathbb{C}$ の要素を縦に並べた列 $\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$ を $\mathbb{C}$ 上の n 次元数ベクトルと呼ぶ．
また，$\mathbb{C}$ 上の n 次元数ベクトル全体の集合を $\mathbb{C}^n$ と書いて，これは $\mathbb{C}$ 上の n 次元数ベクトル空間という．このときには，$\mathbb{C}$ の要素のことをスカラーという．
なお，$\mathbb{C}^n$ のことを n **次元複素ベクトル空間**ということもある．

$\mathbb{C}^n$ においても $\mathbb{R}^n$ の場合と全く同様にして 2 つの数ベクトルの和，スカラー倍が定義される．