

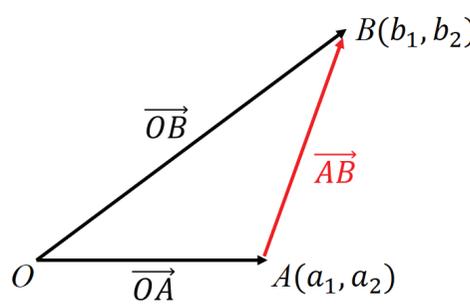
「基礎からスッキリわかる線形代数」(初版) 正誤表

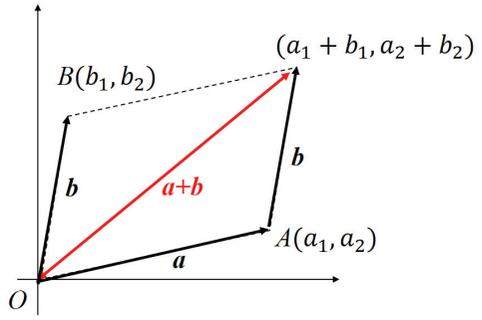
	誤	正
p.6, 脚注のベクトルの内積	<p>平面のベクトル $\vec{a} = (a_1, a_2)$, $\vec{b} = (b_1, b_2)$ の内積は,</p> $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2$ <p>また, 空間のベクトル $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ の内積は,</p> $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$	<p>高校数学 B で学ぶように, 平面のベクトル $\vec{a} = (a_1, a_2)$, $\vec{b} = (b_1, b_2)$ の内積は,</p> $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2$ <p>また, 空間のベクトル $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ の内積は,</p> $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$ <p>なお, ベクトルの内積については, 高校数学の復習を兼ねて, 第 4 章でも説明する.</p>
p.8, 側注 [シグマ記号]	$\sum_{k=1}^n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$	$\sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$
p.55, 定義 2.4	$\begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & \boxed{a_{1j_1}} & * & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & * \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \boxed{a_{2j_2}} & * & \cdots & \cdots & \cdots & * \\ \vdots & & & & & \ddots & & & & \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & \boxed{a_{rj_r}} & * & \cdots & * \\ 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & & & & & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & \boxed{a_{1j_1}} & * & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & * \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \boxed{a_{2j_2}} & * & \cdots & \cdots & \cdots & * \\ \vdots & & & & & \ddots & & & & \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & \boxed{a_{rj_r}} & * & \cdots & * \\ 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & & & & & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$

	誤	正
p.58, 定理 2.8 の証明の最後 .	$A = Q^{-1}P^{-1}$ となり, A も正則であることが分かる .	$A = P^{-1}Q^{-1}$ となり, A も正則であることが分かる .
p.59, 定理 2.9 の証明	$\left[\begin{array}{ccc c} 1 & & & d_1 \\ & \ddots & & \vdots \\ & & 1 & d_r \end{array} \right]$	$\left[\begin{array}{ccc c} 1 & & & d_1 \\ & \ddots & & \vdots \\ & & 1 & d_n \end{array} \right]$
p.63, 例題 2.8(1) の解答	$Ax = 0$ は非自明解をもつ . このときの解は ,	$Ax = 0$ は非自明解をもつ . このとき 0 解は ,
p.63, 例題 2.8(2) の解答	定理 2.11(1) より, $Ax = b$ は自明解のみをもつ .	定理 2.11(1) より, $Ax = 0$ は自明解のみをもつ .
p.64, 例題 2.8(3) の解答	$Ax = 0$ は非自明解をもつ . このときの解は ,	$Ax = 0$ は非自明解をもつ . このとき 0 解は ,
p.83, 定理 3.5	n 次正方行列 A と $1 \leq i \leq n$ に対して, 次の等式が成り立つ .	n 次正方行列 A と $1 \leq j \leq n$ に対して, 次の等式が成り立つ .

	誤	正
p.45, 側注	$\begin{array}{ccc c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \hline 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 1 & 5 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$ <p>のような場合である．しかし，このような場合でも，列を交換し，それに応じて未知数も交換すれば，</p> $\begin{array}{ccc c} x_1 & x_3 & x_2 & \\ \hline 1 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 & 5 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$	$\begin{array}{ccc c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \hline 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 1 & 5 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$ <p>のような場合である．しかし，このような場合でも，列を交換し，それに応じて未知数も交換すれば，</p> $\begin{array}{ccc c} x_1 & x_3 & x_2 & \\ \hline 1 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 & 5 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$
p.61 の側注の最後の【注意】の後に【注意】を追加．	【注意】例題 2.7(1) の結果は，例題 1.12(1) の結果と同じ．	【注意】例題 2.7(1) の結果は，例題 1.12(1) の結果と同じ． 【注意】 A が正則行列のとき，連立一次方程式 $Ax = b$ の解は $x = A^{-1}b$ と表せる．しかし，例題 2.7 で見たように A^{-1} を求めるための計算量は，掃き出し法による連立一次方程式の解法の計算量よりも多い．そのため，一般には連立一次方程式を解くために逆行列を求めるようなことはしない．
p.83, 定理 3.5 の証明	tA の行に関する余因子展開を考えれば，	tA の第 j 行に関する余因子展開を考えれば，
p.88, 系 3.2(5)	ある行の定数倍を他の列に加えても $ A $ の値は変わらない．	ある行の定数倍を他の行に加えても $ A $ の値は変わらない．
p.90, 例題 3.4 の解答	$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} 2a_{13} + a_{12} & 3a_{12} & a_{11} - 2a_{12} \\ 2a_{23} + a_{22} & 3a_{22} & a_{21} - 2a_{22} \\ 2a_{33} + a_{32} & 3a_{32} & a_{31} - 2a_{32} \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} 2a_{13} & 3a_{12} & a_{11} - 2a_{12} \\ 2a_{23} & 3a_{22} & a_{21} - 2a_{22} \\ 2a_{33} & 3a_{32} & a_{31} - 2a_{32} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{12} & 3a_{12} & a_{11} - 2a_{12} \\ a_{22} & 3a_{22} & a_{21} - 2a_{22} \\ a_{32} & 3a_{32} & a_{31} - 2a_{32} \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} 2a_{13} & 3a_{12} & a_{11} \\ 2a_{23} & 3a_{22} & a_{21} \\ 2a_{33} & 3a_{32} & a_{31} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{12} & 3a_{12} & -2a_{12} \\ a_{22} & 3a_{22} & -2a_{22} \\ a_{32} & 3a_{32} & -2a_{32} \end{vmatrix} & 3 \\ &= 2 \cdot 3 \begin{vmatrix} a_{13} & a_{12} & a_{11} \\ a_{23} & a_{22} & a_{21} \\ a_{33} & a_{32} & a_{31} \end{vmatrix} + 3 \cdot (-2) \begin{vmatrix} a_{12} & a_{12} & a_{12} \\ a_{22} & a_{22} & a_{22} \\ a_{32} & a_{32} & a_{32} \end{vmatrix} & \leftarrow 2 \text{列が等しい} \\ & \begin{array}{l} \text{第 1 列と} \\ \text{第 3 列を交換} \end{array} -6 \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = -6\alpha \end{aligned}$	$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} 2a_{13} + a_{12} & 3a_{12} & a_{11} - 2a_{12} \\ 2a_{23} + a_{22} & 3a_{22} & a_{21} - 2a_{22} \\ 2a_{33} + a_{32} & 3a_{32} & a_{31} - 2a_{32} \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} 2a_{13} & 3a_{12} & a_{11} - 2a_{12} \\ 2a_{23} & 3a_{22} & a_{21} - 2a_{22} \\ 2a_{33} & 3a_{32} & a_{31} - 2a_{32} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{12} & 3a_{12} & a_{11} - 2a_{12} \\ a_{22} & 3a_{22} & a_{21} - 2a_{22} \\ a_{32} & 3a_{32} & a_{31} - 2a_{32} \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} 2a_{13} & 3a_{12} & a_{11} \\ 2a_{23} & 3a_{22} & a_{21} \\ 2a_{33} & 3a_{32} & a_{31} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2a_{13} & 3a_{12} & -2a_{12} \\ 2a_{23} & 3a_{22} & -2a_{22} \\ 2a_{33} & 3a_{32} & -2a_{32} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{12} & 3a_{12} & a_{11} \\ a_{22} & 3a_{22} & a_{21} \\ a_{32} & 3a_{32} & a_{31} \end{vmatrix} \\ &+ \begin{vmatrix} a_{12} & 3a_{12} & -2a_{12} \\ a_{22} & 3a_{22} & -2a_{22} \\ a_{32} & 3a_{32} & -2a_{32} \end{vmatrix} \begin{array}{l} \text{2列が} \\ \text{等しい} \end{array} 2 \cdot 3 \begin{vmatrix} a_{13} & a_{12} & a_{11} \\ a_{23} & a_{22} & a_{21} \\ a_{33} & a_{32} & a_{31} \end{vmatrix} + 3 \cdot (-2) \begin{vmatrix} a_{12} & a_{12} & a_{12} \\ a_{22} & a_{22} & a_{22} \\ a_{32} & a_{32} & a_{32} \end{vmatrix} \\ & \begin{array}{l} \text{第 1 列と} \\ \text{第 3 列を交換} \end{array} -6 \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = -6\alpha \end{aligned}$

	誤	正
p.92, 例題 3.5 の解答	A^{-1} (および X^{-1}) が存在し, $AX = E_n$ より $X = A^{-1}$ である. $XA = E_n$ の場合も同様である. また, このとき $1 = E_n = AA^{-1} = A A^{-1} $ なので, $ A^{-1} = \frac{1}{ A }$ が成り立つ.	A^{-1} (および X^{-1}) が存在し, $AX = E_n$ より $X = A^{-1}$ である. $XA = E_n$ の場合も同様である. また, このとき $1 = E_n = AA^{-1} = A A^{-1} $ なので, $ A^{-1} = \frac{1}{ A }$ が成り立つ. $XA = E_n$ の場合も同様である.
p.92, (3.22)	$\tilde{A}_{ij} = [\Delta(A)_{ji}]$, つまり, $\tilde{A} = {}^t[\Delta(A)_{ij}]$	$\tilde{A} = [\Delta(A)_{ji}]$, つまり, $\tilde{A} = {}^t[\Delta(A)_{ij}]$
p.98, 例題 3.9 の左に側注を追加.		【注意】例題 2.8(3) と比較せよ.
p.103, 側注の図		

	誤	正
p.104, §4.3	座標が (a_1, a_2) のとき, \mathbf{p} は $\mathbf{a} = a_1\mathbf{e}_1 + a_2\mathbf{e}_2 \quad (4.1)$ と表される.	座標が (a_1, a_2) のとき, \mathbf{a} は $\mathbf{a} = a_1\mathbf{e}_1 + a_2\mathbf{e}_2 \quad (4.1)$ と表される.
p.104, §4.3	結局のところ, 平面上の任意の点 P の座標を (a_1, a_2) とすれば, 位置ベクトル $\mathbf{a} = \overrightarrow{OA}$ の成分表示は	結局のところ, 平面上の任意の点 A の座標を (a_1, a_2) とすれば, 位置ベクトル $\mathbf{a} = \overrightarrow{OA}$ の成分表示は
p.105, §4.4	ベクトル $\mathbf{a} = \overrightarrow{AB}$ に対して, $-\mathbf{a} = \overrightarrow{BA}$ なので,	ベクトル $\mathbf{a} = \overrightarrow{AB}$ に対して, $-\mathbf{a} = \overrightarrow{BA}$ なので,
p.105, 下から5行目	ベクトル $\mathbf{a} = \overrightarrow{AB}$ と実数 α を考える. $k \neq 0$ のとき,	ベクトル $\mathbf{a} = \overrightarrow{AB}$ と実数 α を考える. $\alpha \neq 0$ のとき,
p.105, 側注【アクティブ・ラーニング】の下に側注を追加		<p>$[\overrightarrow{AB}$ の成分表示]</p> <p>3点 O, A, B をとり, $\overrightarrow{OA} = (a_1, a_2), \overrightarrow{OB} = (b_1, b_2)$ とすれば, $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB}$ なので,</p> $\begin{aligned} \overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} \\ &= (b_1, b_2) - (a_1, a_2) \\ &= (b_1 - a_1, b_2 - a_2) \end{aligned}$ 

	誤	正
<p>p.106, 定理 4.2 の【アク ティブ・ラー ニング】の下 に側注を追加</p>		<p>[ベクトルの和・差の成分表示] $\mathbf{a} = (a_1, a_2)$, $\mathbf{b} = (b_1, b_2)$ のとき, $\mathbf{a} \pm \mathbf{b} = (a_1 \pm b_1, a_2 \pm b_2)$ となる . 同様に , $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3)$ のとき, $\mathbf{a} \pm \mathbf{b} = (a_1 \pm b_1, a_2 \pm b_2, a_3 \pm b_3)$ と なる .</p> 

	誤	正
p.110, 3 行目	(3) $\mathbf{a} \perp \mathbf{b} \iff \theta = \frac{\pi}{2} \iff \cos \theta = 0 \iff (\mathbf{a}, \mathbf{b}) = 0$	(3) \mathbf{a} と \mathbf{b} のなす角を θ とすれば, $\mathbf{a} \perp \mathbf{b} \iff \theta = \frac{\pi}{2} \iff \cos \theta = 0 \iff (\mathbf{a}, \mathbf{b}) = 0$
p.110, 例題 4.3 の解答	$\cos \theta = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{\ \mathbf{a}\ \ \mathbf{b}\ } = -\frac{8}{42} = -\frac{4}{21}$	$\cos \theta = \frac{(\mathbf{a}, \mathbf{b})}{\ \mathbf{a}\ \ \mathbf{b}\ } = -\frac{8}{42} = -\frac{4}{21}$
p.112, 系 4.1	座標空間において, 点 $A(x_0, y_0)$ を通り,	座標平面において, 点 $A(x_0, y_0)$ を通り,
p.113, 側注を 追加	【注意】座標 (x, y) を列ベクトル $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ で表していることに注意. そうしないと, (4.13) の右辺の行列の積が定義できない.	【注意】座標 (x, y) を列ベクトル $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ で表していることに注意. そうしないと, (4.13) の右辺の行列の積が定義できない. [逆変換] (4.13) において, $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ が正則行列のとき, $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$ で表される変換を f の逆変換 (inverse transformation) といい, f^{-1} と表す. 一次変換 f によって点 P が点 P' に移動した場合, 逆変換 f^{-1} は点 P' を点 P に移動させる変換である.
p.114, 下から 3 行目	また, 鏡映というのは, 鏡に写すように裏返す変換のことである.	また, 鏡映というのは, 鏡に映すように裏返す変換のことである.
p.118, 定理 4.9 の証明	任意の平面ベクトル \mathbf{a} とその l についての	任意の平面ベクトル \mathbf{a} と直線 l についての
p.123, 定理 4.13, (2) と (3) を入れ替えて, (4) を 一部変更	<ol style="list-style-type: none"> $\mathbf{a} \neq \mathbf{b}$ ならば, 外積 $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ は \mathbf{a} と \mathbf{b} に垂直である. \mathbf{a} と \mathbf{b} が平行であるための必要十分条件は $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{0}$ となることである. $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ は, \mathbf{a} と \mathbf{b} を 2 辺とする平行四辺形の面積に等しい. つまり, 次式が成り立つ. $\ \mathbf{a} \times \mathbf{b}\ = \ \mathbf{a}\ \ \mathbf{b}\ \sin \theta$ 3 重積 $(\mathbf{a}, \mathbf{b} \times \mathbf{c})$ の絶対値 $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \times \mathbf{c} \rangle$ は, 3 つのベクトル $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ を 3 辺とする平行六面体の体積に等しい. 	<ol style="list-style-type: none"> $\mathbf{a} \neq \mathbf{b}$ ならば, 外積 $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ は \mathbf{a} と \mathbf{b} に垂直である. $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ は, \mathbf{a} と \mathbf{b} を 2 辺とする平行四辺形の面積に等しい. つまり, 次式が成り立つ. $\ \mathbf{a} \times \mathbf{b}\ = \ \mathbf{a}\ \ \mathbf{b}\ \sin \theta$ \mathbf{a} と \mathbf{b} が平行であるための必要十分条件は $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{0}$ となることである. 3 重積 $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}, \mathbf{c})$ の絶対値 $\langle \mathbf{a} \times \mathbf{b}, \mathbf{c} \rangle$ は, 3 つのベクトル $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ を 3 辺とする平行六面体の体積に等しい.

	誤	正
p.124, 定理 4.13 の項目の順序入れ替えに伴い, 証明の順も入れ替える.	<p>(2)</p> $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{0} \iff \ \mathbf{a} \times \mathbf{b}\ = \ \mathbf{a}\ \ \mathbf{b}\ \sin \theta = 0 \iff \sin \theta = 0$ $\iff \theta = 0 \text{ または } \theta = \pi \iff \mathbf{a} \text{ と } \mathbf{b} \text{ は平行}$ <p>(3) \mathbf{a} と \mathbf{b} を辺にもつ平行四辺形の面積の 2 乗は,</p> $\ \mathbf{a}\ ^2 \ \mathbf{b}\ ^2 \sin^2 \theta = \ \mathbf{a}\ ^2 \ \mathbf{b}\ ^2 (1 - \cos^2 \theta) = \ \mathbf{a}\ ^2 \ \mathbf{b}\ ^2 - (\mathbf{a}, \mathbf{b})^2$ <p>である. ここで, $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$ とすると,</p> $\begin{aligned} \ \mathbf{a}\ ^2 \ \mathbf{b}\ ^2 - (\mathbf{a}, \mathbf{b})^2 &= (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) - (a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3)^2 \\ &= (a_3 b_2 - a_2 b_3)^2 + (a_3 b_1 - a_1 b_3)^2 + (a_1 b_2 - a_2 b_1)^2 \\ &= \ \mathbf{a} \times \mathbf{b}\ ^2 \end{aligned}$ <p>が成り立つので, 結局, $\ \mathbf{a} \times \mathbf{b}\ = \ \mathbf{a}\ \ \mathbf{b}\ \sin \theta$ を得る.</p>	<p>(2) \mathbf{a} と \mathbf{b} を辺にもつ平行四辺形の面積の 2 乗は,</p> $\ \mathbf{a}\ ^2 \ \mathbf{b}\ ^2 \sin^2 \theta = \ \mathbf{a}\ ^2 \ \mathbf{b}\ ^2 (1 - \cos^2 \theta) = \ \mathbf{a}\ ^2 \ \mathbf{b}\ ^2 - (\mathbf{a}, \mathbf{b})^2$ <p>である. ここで, $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$ とすると,</p> $\begin{aligned} \ \mathbf{a}\ ^2 \ \mathbf{b}\ ^2 - (\mathbf{a}, \mathbf{b})^2 &= (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) - (a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3)^2 \\ &= (a_3 b_2 - a_2 b_3)^2 + (a_3 b_1 - a_1 b_3)^2 + (a_1 b_2 - a_2 b_1)^2 \\ &= \ \mathbf{a} \times \mathbf{b}\ ^2 \end{aligned}$ <p>が成り立つので, 結局, $\ \mathbf{a} \times \mathbf{b}\ = \ \mathbf{a}\ \ \mathbf{b}\ \sin \theta$ を得る.</p> <p>(3)</p> $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{0} \iff \ \mathbf{a} \times \mathbf{b}\ = \ \mathbf{a}\ \ \mathbf{b}\ \sin \theta = 0 \iff \sin \theta = 0$ $\iff \theta = 0 \text{ または } \theta = \pi \iff \mathbf{a} \text{ と } \mathbf{b} \text{ は平行}$

	誤	正
pp.124-125, 定理 4.14 を 入れ換えて証 明を変更 .	<div data-bbox="353 276 1234 435" style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 10px;"> <p>定理 4.14 (右手系と行列式) 3つの空間ベクトル a, b, c に対して行列 $A = [a, b, c]$ の行列式が正, つまり, $A > 0$ のとき, a, b, c は右手系をなす. ただし, $a \neq 0, b \neq 0, a \neq b, a$ と b のなす角 θ は $0 \leq \theta \leq \pi$ とする.</p> </div> <p>(証明) 仮定より, a と b のなす角 θ は $0 \leq \theta \leq \pi$ なので, 定理 4.13(4) の証明において, $0 \leq \varphi < \frac{\pi}{2}$ であれば a, b, c は右手系になる. このとき, $V = (a \times b, c) = A > 0$ である ■</p> <div data-bbox="353 595 1234 719" style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 10px;"> <p>定理 4.15 (外積と右手系) 3つの空間ベクトル $a, b, a \times b$ は右手系をなす. ただし, $a \neq 0, b \neq 0, a \neq b, a$ と b のなす角 θ は $0 \leq \theta \leq \pi$ とする.</p> </div> <p>(証明) 定理 4.14 より, $A = [a, b, a \times b]$ とすれば,</p> $ A = (a \times b, a \times b) = \ a \times b\ ^2 > 0$ <p>なので, $a, b, a \times b$ は右手系である. ■</p>	<div data-bbox="1279 276 2159 400" style="border: 1px solid red; border-radius: 10px; padding: 10px;"> <p>定理 4.14 (外積と右手系) 3つの空間ベクトル $a, b, a \times b$ は右手系をなす. ただし, $a \neq 0, b \neq 0, a \neq b, a$ と b のなす角 θ は $0 \leq \theta \leq \pi$ とする.</p> </div> <p>(証明) a と b が xy 平面にあるとき, つまり, $a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ 0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ 0 \end{bmatrix}$ の場合のみを考えればよい.</p> <p>このとき, $a \times b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{bmatrix}$ であり, 定理 3.1 の証明より, a から b への正の方向の角 θ が $0 < \theta < \pi$ のとき $a_1 b_2 - a_2 b_1 > 0$ である. よって, $a, b, a \times b$ は右手系をなす. 同様に, b から a への正の方向の角 θ が $0 < \theta < \pi$ のとき $a_1 b_2 - a_2 b_1 < 0$ であり, このときも $a, b, a \times b$ は右手系をなす. ■</p> <div data-bbox="1279 699 2159 858" style="border: 1px solid red; border-radius: 10px; padding: 10px;"> <p>定理 4.15 (右手系と行列式) 3つの空間ベクトル a, b, c に対して行列 $A = [a, b, c]$ の行列式が正, つまり, $A > 0$ のとき, a, b, c は右手系をなす. ただし, $a \neq 0, b \neq 0, a \neq b, a$ と b のなす角 θ は $0 \leq \theta \leq \pi$ とする.</p> </div> <p>(証明) 定理 4.13(4) の証明より, $A = (a \times b, c) > 0$ のとき, $\cos \varphi > 0$ なので, c は a と b を 2 辺とする平面について $a \times b$ と同じ方向にある. よって, 定理 4.14 より a, b, c は右手系である. ■</p>

	誤	正
p.139, 定理 5.5 の右に側注を追加		<p>[行列の列ベクトル表示] $\mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{bmatrix}$, $\mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{m2} \end{bmatrix}$, ..., $\mathbf{a}_n = \begin{bmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{bmatrix}$ とす</p> <p>るとき, $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$ は, $A = [\mathbf{a}_1 \ \mathbf{a}_2 \ \dots \ \mathbf{a}_n]$ と表せる.</p>
p.140, 定理 5.6 の証明	<p>定理 5.5 より, tAA の (i, j) 成分 = (a_i, a_j) なので,</p> $A \text{ が直交行列} \iff {}^tAA = E_n \iff (a_i, a_j) = \delta_{ij}$	<p>定理 5.5 より, tAA の (i, j) 成分 = $(\mathbf{a}_i, \mathbf{a}_j)$ なので,</p> $A \text{ が直交行列} \iff {}^tAA = E_n \iff (\mathbf{a}_i, \mathbf{a}_j) = \delta_{ij}$
p.140, 定理 5.7 の証明の後	(5.3) において, $x = y$ とすると,	(5.3) において, $y = x$ とすると,
p.140, 下から 2 行目	直交行列 P を左から掛けて Px, Py としてもそのノルムとなす角は変わらない	直交行列 P を左から掛けて Px, Py としても それらの ノルムとなす角は変わらない
p.152, 例題 5.7(2) の解答	<p>(2) このとき, a, b, c が一次従属になるには, a が b と c の一次結合にならなくてはならない. すなわち,</p> $xb + yc = a$ <p>とならなければいけない. これより,</p>	<p>(2) このとき, a, b, c が一次従属になるには, a が b と c の一次結合になればよい. すなわち,</p> $xb + yc = a$ <p>となればよいので,</p>

	誤	正
p.155, 定理 5.16 の右側に側注を追加		【注意】 定理 5.16 および定理 3.12 より, n 次正方行列 $A = [a_1, a_2, \dots, a_n]$ に対して, a_1, a_2, \dots, a_n が一次独立であるための必要十分条件は, 連立一次方程式 $Ax = b$ の解がただ 1 つ存在することが分かる.
p.158, 定義 5.14 の左に側注を追加		[直交行列と正規直交系] 定理 5.6 と定義 5.14 より, n 次実行列 $A = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n]$ が直交行列になるための必要十分条件は, $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ が正規直交系をなすことである.
p.177, 例題 6.1 の解答	$f(\alpha x + \beta y) = \det[\alpha x + \beta y, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}]$ $= \det[\alpha x, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}] + \det[\beta y, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}]$ $= \alpha \det[x, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}] + \beta \det[y, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}] = \alpha f(x) + \beta f(y)$	$f(\alpha x + \beta y) = \det[\alpha x + \beta y, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}]$ $= \det[\alpha x, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}] + \det[\beta y, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}]$ $= \alpha \det[x, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}] + \beta \det[y, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}] = \alpha f(x) + \beta f(y)$
p.179, (6.8) の上	通常は, \mathbb{R}^n の基底として標準基底を用いる.	通常は, \mathbb{R}^n と \mathbb{R}^m の基底として標準基底を用いる.
p.183, 3 行目	その際, 任意の $x \in \text{Ker}(f_A)$ が, 例えば, $x = x_1 u_1 + x_3 v + x_6 w$ と一意に表せたならば,	その際, 任意の $x \in \text{Ker}(f_A)$ が, 例えば, $x = x_1 u + x_2 v + x_3 w$ と一意に表せたならば,
p.184, 1 行目	そこで, $x_2 = s, x_4 = t$ とすると,	そこで, s と t を任意の実数として $x_2 = s, x_4 = t$ とすると,
p.184 の冒頭の左に側注を追加		【注意】 $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ より, $\text{rank}(B) = 2$ なので, 系 5.5 より $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ と $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ は一次独立である.

	誤	正
p.196 の【注意】に追加	<p>なので, 系 5.5 より $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ と $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ は一次独立である .</p>	<p>なので, 系 5.5 より $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ と $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ は一次独立である . なお, 本によっては, 固有ベクトルを $\beta \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \alpha \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ としているものがある . すぐに分かるように, $\beta = 1, \alpha = 0$ としたときが $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ であり, $\beta = 0, \alpha = 1$ としたときが $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ である . また, V_0 を $V_0 = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \mid x_1 = 2x_2 - x_3 \right\}$ としている本もある .</p>
p.196, 定義 7.4 の左に側注を追加		【注意】定義 7.4 において, $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ は相異なるとは限らない .
p.196, 下から 2 行目	次の定理より, 行列対角化で重要なのは一次独立な固有ベクトルの数だと分かる .	次の定理より, 行列の対角化で重要なのは一次独立な固有ベクトルの数だと分かる .
p.199, 例題 7.5(1) の解答	(1) 例題 7.3 より, 固有値は $-3, 6$ なので,	(1) 例題 7.3(1) より, 固有値は $-3, 6$ なので,
p.199, 例題 7.5(2) の解答	(2) 例題 7.4 より, 固有値は $-6, 4, 10$ なので,	(2) 例題 7.4(1) より, 固有値は $-6, 4, 10$ なので,
p.203 の最初の段落	なお, 固有空間の次元が $n - \text{rank}(A - \lambda_i E_n)$ であることは, $V_\lambda = \{x \in \mathbb{C}^n \mid (\lambda E_n - A)x = \mathbf{0}\} = \text{Ker}(\lambda E_n - A)$ と表せることに注意して, 次元公式を適用すれば, $\dim V_\lambda = n - \dim \text{Im}(\lambda E_n - A) = n - \text{rank}(\lambda E_n - A)$ となることより分かる .	なお, 固有空間の次元が $n - \text{rank}(A - \lambda_i E_n)$ であることは, $V_\lambda = \{x \in \mathbb{C}^n \mid (A - \lambda E_n)x = \mathbf{0}\} = \text{Ker}(A - \lambda E_n)$ と表せることに注意して, 次元公式を適用すれば, $\dim V_\lambda = n - \dim \text{Im}(A - \lambda E_n) = n - \text{rank}(A - \lambda E_n)$ となることより分かる .

	誤	正
p.204, 3 行目	この問に対して、「対称行列ならば対角化可能」と回答できることを示そう．	この問に対して、「対称行列ならば 直交行列により 対角化可能」と回答できることを示そう．
p.204, 定理 7.11 の直前に追加		定理 7.10 より，実対称行列 A の固有方程式が重解をもたないとき，つまり，すべての固有値が相異なるとき， A は直交行列によって対角化できることが分かる．実は， A の固有方程式が重解をもつ場合も A は対角化可能であることが分かる．
p.204, 定理 7.10 の証明の左に側注を追加		[n 次実対称行列 A の固有値がすべて相異なるとき] A の相異なる固有値を $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ とし，これらに属する単位固有ベクトルを p_1, p_2, \dots, p_n とすれば，定理 7.10 より，これらは互いに正規直交する．したがって，定理 5.6 より， $P = [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_n]$ は直交行列である．また，定理 7.5 より， A は対角化可能であり，系 7.1 より P は対角化行列である．
p.204, 定理 7.11 の左に側注を追加		【注意】 定理 7.11 において， $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ は相異なるとは限らないことに注意せよ．具体的な例は，例題 7.8(3) である．
p.208, 側注を例題 7.8(3) の解答に追加		[p_2, p_3 は A の固有値 -1 に属する固有ベクトル] x_2 が A の固有値 -1 に属する固有ベクトルならば，そのスカラー倍である $p_2 = \frac{x_2}{\ x_2\ }$ も A の固有値 -1 に属する固有ベクトルである．さらに， x_3 が A の固有値 -1 に属する固有ベクトルならば， $\begin{aligned} Ab_3 &= A\{x_3 - (x_3, p_2)p_2\} \\ &= Ax_3 - (x_3, p_2)Ap_2 \\ &= -x_3 - (x_3, p_2)(-p_2) \\ &= -\{x_3 - (x_3, p_2)p_2\} = -b_3 \end{aligned}$ となるので， b_3 は A の固有値 -1 に属する固有ベクトルである．したがって，そのスカラー倍である $p_3 = \frac{b_3}{\ b_3\ }$ も A の固有値 -1 に属する固有ベクトルである．

	誤	正
p.209, 定理 7.13	$*UHU = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_n \end{bmatrix}$	$U^*HU = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_n \end{bmatrix}$
p.212, 定義 7.8	A を n 次対称行列とし,	A を n 次 実 対称行列とし,
p.212, 定義 7.8 の後	$x = x_1, y = x_2$ についての 2 次形式は,	$n = 2, x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ としたときの 2 次形式は,
p.213, 例題 7.11 の解答	$x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z$ とすると, $F(x) = 3x_1x_1 + 4x_2x_2 + 5x_3x_3 + (x_1x_2 + x_2x_1) + 2(x_2x_3 + x_3x_2) + 3(x_1x_3 + x_3x_1)$ なので,	$x = x_1, y = x_2, z = x_3$ とすると, $F(x) = 3x_1x_1 + 4x_2x_2 + 5x_3x_3 + (x_1x_2 + x_2x_1) + 2(x_2x_3 + x_3x_2) + 3(x_1x_3 + x_3x_1)$ $= \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ なので,
p.213, 【注意】	2 次形式の標準形で重要なのは, $y_i y_j (i \neq j)$ という項 (クロス項) が 1 つもなく, y_i^2 というものばかりが現われている, ということである.	2 次形式の標準形で重要なのは, $y_i y_j (i \neq j)$ という項 (クロス項) が 1 つもなく, y_i^2 の項のみが現われている, ということである.
p.215, 定義 7.9	n 次正方行列 A が, $x \neq 0$ である任意のベクトル $x \in \mathbb{R}^n$ に対して $(x, Ax) > 0 \quad (7.9)$ を満たすとき, A は <small>せいいていちぎょうれつ</small> 正定値行列 (positive definite matrix) であるといい, $(x, Ax) \geq 0 \quad (7.10)$ を満たすとき, A は <small>はんせいいていちぎょうれつ</small> 半正定値行列 (positive semidefinite matrix) という. ここで, (\cdot, \cdot) は \mathbb{R}^n の内積である.	n 次 実 正方行列 A が, $x \neq 0$ である任意のベクトル $x \in \mathbb{R}^n$ に対して $(x, Ax) > 0 \quad (7.9)$ を満たすとき, A は <small>せいいていちぎょうれつ</small> 正定値行列 (positive definite matrix) であるという. また, A が任意のベクトル $x \in \mathbb{R}^n$ に対して, $(x, Ax) \geq 0 \quad (7.10)$ を満たすとき, A は <small>はんせいいていちぎょうれつ</small> 半正定値行列 (positive semidefinite matrix) という. ここで, (\cdot, \cdot) は \mathbb{R}^n の内積である.

	誤	正
p.215, 定義 7.9 の右に側 注を追加.		<p>【注意】A が複素行列の場合でも, A がエルミート行列ならば, 定理 5.21(3) および定理 5.19(1) より</p> $(x, Ax) = (A^*x, x) = (Ax, x) = \overline{(x, Ax)}$ <p>が成り立つので, (x, Ax) は実数である. したがって, エルミート行列 A についても正定値行列や半正定値行列を考えることができる.</p>
p.215, 定理 7.14	n 次正方行列 A が正定値ならば, A は正則である.	n 次 実 正方行列 A が正定値ならば, A は正則である.
p.215, 定理 7.15	対角化可能な n 次正方行列 A が正定値であるための必要十分条件は,	対角化可能な n 次 実 正方行列 A が正定値であるための必要十分条件は,
p.215, 定理 7.15 の証明	A の固有値を λ_i , 対応する固有ベクトルを	A の固有値を λ_i , λ_i に 属する 固有ベクトルを
p.216, 系 7.3	n 次対称行列 A が正定値であるための必要十分条件は,	n 次 実 対称行列 A が正定値であるための必要十分条件は,
p.216, 例題 7.14 の解答	<p>(1) 例題 7.8(1) より, 係数行列 $A = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ の固有値 2, 7 であり, 共に正なので, 系 7.3 より正定値である.</p> <p>(2) F の係数行列 A は $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -2 \\ 2 & -2 & -1 \end{bmatrix}$ であり, 例題 7.8(2) より, A の固有値は 5, 3, -3 である. A は負の固有値をもつので, 系 7.3 より正定値ではない.</p>	<p>(1) 例題 7.12 および例題 7.8(1) より, 係数行列 $A = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ の固有値 2, 7 であり, 共に正なので, 系 7.3 より正定値である.</p> <p>(2) 例題 7.13 および例題 7.8(2) より, 係数行列 $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -2 \\ 2 & -2 & -1 \end{bmatrix}$ であり, 例題 7.8(2) より, A の固有値は 5, 3, -3 である. A は負の固有値をもつので, 系 7.3 より正定値ではない.</p>

	誤	正
p.220, 例題 7.15 の解答	<p>という形をしている．よって，ケーリー・ハミルトンの定理より</p> $\Phi_A(A) = A^n = O^n$ <p>である． (2) A の固有値を $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ とし，$p(x) = x^n$ とすると，フロベニウスの定理より $p(A) = A^n$ の固有値は $\lambda_1^n, \dots, \lambda_n^n$ である．</p>	<p>という形をしている．よって，ケーリー・ハミルトンの定理より</p> $\Phi_A(A) = A^n = O$ <p>である． (2) A の固有値を $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ とし，$p(x) = x^m$ とすると，フロベニウスの定理より $p(A) = A^m$ の固有値は $\lambda_1^m, \dots, \lambda_n^m$ である．</p>