最終更新日: 2024 年 10 月 23 日

「スッキリわかる線形代数」(第 4 刷) 正誤表

	誤	正
p.260, 定理 9.15	対角化可能な n 次正方行列 A が正定値であるための必要十分条件は，A の固有値がすべて正となることである．	n 次対称行列 A が正定値であるための必要十分条件は，A の固有値がすべて正となることである．
p.260, 定理 9.15 の証明をすべて変更		A の固有値を $\lambda_i (i = 1, 2, \ldots, n)$ とすれば，p.251 の議論より，$$(A\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}) = {}^t\boldsymbol{x}A\boldsymbol{x} = {}^t\boldsymbol{y}B\boldsymbol{y} = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i y_i^2$$ が成り立つ． ここで，$\boldsymbol{x} \neq \boldsymbol{0} \iff \boldsymbol{y} \neq \boldsymbol{0}$ に注意すれば $$\begin{aligned} A \text{ が正定値} &\iff (A\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}) > 0, \quad \boldsymbol{x} \neq \boldsymbol{0} \text{ は任意} \\ &\iff \sum_{i=1}^{n} \lambda_i y_i^2 > 0, \quad \boldsymbol{y} \neq \boldsymbol{0} \text{ は任意} \\ &\iff \lambda_i > 0, \quad i = 1, 2, \ldots, n \end{aligned}$$ が成り立つ．

	誤	正
p.260, 定理 9.15 の証明の後	ここで,「A が正定値 $\Longrightarrow A$ の固有値が正」の証明において対角化可能性を使っていないことに注意してください．したがって,「A が正定値 $\Longrightarrow A$ の固有値が正」は，対角化可能性を仮定しなくても成り立ちます. また，定理 9.12 より，対称行列は対角化可能なので，定理 9.14 の直接的な結果として次が成り立ちます.	ここで,「A が正定値 $\Longrightarrow$ A の固有値が正」は，A が対称行列でなくても成立することに注意してください．実際，A の固有値を λ_i，対応する固有ベクトルを $\boldsymbol{v}_i$ とすると， $$A\boldsymbol{v}_i = \lambda_i \boldsymbol{v}_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$ なので， $$(\boldsymbol{v}_i, A\boldsymbol{v}_i) = \lambda_i(\boldsymbol{v}_i, \boldsymbol{v}_i) = \lambda_i \|\boldsymbol{v}_i\|^2$$ です. ここで，A は正定値なので，$(\boldsymbol{v}_i, A\boldsymbol{v}_i) > 0$ が成り立ち，$\lambda_i > 0$ が成り立ちます.
p.260，系 9.2 を削除	n 次対称行列 A が正定値であるための必要十分条件は，A の固有値がすべて正となることである.	~~n 次対称行列 A が正定値であるための必要十分条件は,~~ ~~A の固有値がすべて正となることである.~~