最終更新日: 2021 年 2 月 6 日

「スッキリわかる線形代数」(第 3 刷) 正誤表

	誤	正
p.19, 定義 1.7	対して集合 B の要素 y をただ 1 つ対応づける「規則」のことである．このとき, $$f : A \to B \text{ とか } y = f(x)$$ と表す.	対して集合 B の要素 y をただ 1 つ対応づける「規則」のことである．この関係を $$f : A \to B \text{ とか } y = f(x)$$ と表す.
p.44, 定義 2.22	A^r を A の**べき乗**または r **乗**という.	A^r を A の**べき乗**または r **乗**という．また，$A^0 = E_n$ と定める。
p.49	したがって，逆行列は存在すればただ 1 つです.	したがって，逆行列は存在すればただ 1 つです．また，$\left(A^{-1}\right)^{-1} = A$ が成り立ちます.
p.57, 定理 2.11 の証明	定理 2.10 より，A が直交行列となる条件は $(\boldsymbol{a}_i, \boldsymbol{a}_j) = \delta_{ij}$ と書ける．これは, $(\boldsymbol{a}_i, \boldsymbol{a}_i) = 1$ かつ $i \neq j$ のとき $(\boldsymbol{a}_i, \boldsymbol{a}_j) = 0$ となることを表す.	定理 2.10 より，${}^tAA$ の (i, j) 成分は $(\boldsymbol{a}_i, \boldsymbol{a}_j)$ なので，次が成り立つ. $$A \text{ が直交行列} \iff {}^tAA = E_n \iff (\boldsymbol{a}_i, \boldsymbol{a}_j) = \delta_{ij}$$
p.58, 例 2.13 の解答	D_1 と D_2 が対角行列ならば $D_1D_2 = D_2D_1$ が成り立つことに注意すれば,	D_1 と D_2 が対角行列のとき $D_1D_2 = D_2D_1$ が成り立つことに注意すれば,
p.59, 下から 4 行目	また，鏡映というのは，鏡に写すように裏返す変換のことです.	また，鏡映というのは，鏡に映すように裏返す変換のことです.

	誤	正
p.79, 定義 3.8 の後	「反転数」という用語が少し分かりづらいかもしれませんが，要は，大小関係が変わったところの総数です． 例えば，互換 $(i\ j)$ に対しては $\sigma(i) = j$, $\sigma(j) = i$ となるので，$i < j$ ならば $\sigma(i) = j > i = \sigma(j)$ となります．よって，反転数は 1 であり [5)]，$\mathrm{sgn}(i\ j) = -1$ です．また，$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ のときは，$\sigma(1) = 2$, $\sigma(2) = 3$, $\sigma(3) = 1$ より $1 < 3$ かつ $\sigma(1) = 2 > 1 = \sigma(3)$, $2 < 3$ かつ $\sigma(2) = 3 > 1 = \sigma(3)$ の 2 組で大小関係が入れ替わっているので，反転数は 2 で符号は $\mathrm{sgn}(\sigma) = (-1)^2 = 1$ です．	例えば，$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ のときは，$\sigma(1) = 3 > 2 = \sigma(2)$, $\sigma(1) = 3 > 1 = \sigma(3)$, $\sigma(2) = 2 > 1 = \sigma(3)$ の 3 組 $(1, 2)$, $(1, 3)$, $(2, 3)$ で大小関係が入れ替わっているので，反転数は 3，符号は $\mathrm{sgn}(\sigma) = (-1)^3 = -1$ です．反転数は，各 $\sigma(i)$ に対して，$\sigma(i)$ の右側にあり，かつ $\sigma(i)$ よりも小さい数の出現回数を合計したものになっています．先程の例では，$\sigma(1) = 3$ の右側にある小さな数は $\sigma(2) = 2$, $\sigma(3) = 1$ の 2 個，$\sigma(2) = 2$ の右側にある小さな数は $\sigma(3) = 1$ の 1 個なので，反転数は $2 + 1 = 3$ となります．また，$1 \leq i < j \leq n$ のときの互換 $\sigma = (i, j) = \begin{pmatrix} 1 & \cdots & i-1 & i & i+1 & \cdots & j-1 & j & j+1 & \cdots & n \\ 1 & \cdots & i-1 & j & i+1 & \cdots & j-1 & i & j+1 & \cdots & n \end{pmatrix}$ に対して，$\sigma(i) = j$ よりも右側にある j より小さい数は，$i+1$, $\ldots$, $j-1$, i の合計 $(j-i)$ 個であり，$i < k < j$ となる k については，k の右側にある k よりも小さい数は i のみで，このような k は全部で $(j-i-1)$ 個です．これ以外の数についてはカウントしなくていいので，結局，互換 (i, j) の反転数は $(j-i) + (j-i-1) = 2(j-i) - 1$ であり，これは奇数なので，$\mathrm{sgn}(i, j) = -1$ となります．

	誤	正
p.79，脚注 5 を削除	$i < j$ が $j < i$ になったということは，大小関係が入れ替わった，ということです．	~~$i < j$ が $j < i$ になったということは，大小関係が入れ替わった，ということです．~~
p.102， 定理 3.11	n 次正方行列 A と $1 \le i \le n$ に対して，次の等式が成り立つ．	n 次正方行列 A と $1 \le j \le n$ に対して，次の等式が成り立つ．
pp.104〜113 の脚注番号		脚注番号 6〜9 を 5〜8 へ変更．
p.122，例 4.1 の前に注意を追加		**注意 4.1.1** 実は，行基本変形だけでは，(4.5) の形にできない場合もある． 例えば，$\begin{array}{ccc\|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \hline 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 1 & 5 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$ のような場合である．しかし，このような場合 でも，列を交換し，それに応じて未知数も交換すれば，$\begin{array}{cc\|c\|c} x_1 & x_3 & x_2 & \\ \hline 1 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 & 5 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$ とでき，前者も後者も同じ連立方程式 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 3 \\ 4x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$ を考えていること になる．したがって，(4.5) を考えれば十分である．

<table>
<tr><th></th><th>誤</th><th>正</th></tr>
<tr><td>p.122, 解法テクニック</td><td>拡大係数行列 $[A|\boldsymbol{b}]$ に行基本変形を施して，$\left[\begin{array}{ccc|c} * & * & * & * \\ & * & * & * \\ & & * & * \end{array}\right]$ あるいは $\left[\begin{array}{ccc|c} * & * & * & * \\ & * & * & * \\ & & & \end{array}\right]$ の形を作れ．もしも，$\left[\begin{array}{ccc|c} * & * & * & * \\ & * & * & * \\ & & & * \end{array}\right]$ となったら，決して解は存在しない．</td><td>拡大係数行列 $[A|\boldsymbol{b}]$ に行基本変形を施して，$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & * & * & * \\ & 1 & * & * \\ & & 1 & * \end{array}\right]$ あるいは $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & * & * & * \\ & 1 & * & * \\ & & & \end{array}\right]$ の形を作れ．もしも，$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & * & * & * \\ & 1 & * & * \\ & & & * \end{array}\right]$ となったら，決して解は存在しない．</td></tr>
<tr><td>p.127， 注意 4.2.2</td><td>この補題より，与えられた正方行列を</td><td>定理 4.2 の証明より，与えられた正方行列を</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th></th><th>誤</th><th>正</th></tr>
<tr>
<td>p.131，定理 4.5 の証明</td>
<td>

$$\begin{aligned} F(r') &= \begin{bmatrix} \tilde{P}_{rr} & \tilde{P}_{r,m-r} \\ \tilde{P}_{m-r,r} & \tilde{P}_{m-r,m-r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_r & O_{r,n-r} \\ O_{m-r,r} & O_{m-r,n-r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{Q}_{rr} & \tilde{Q}_{r,n-r} \\ \tilde{Q}_{n-r,r} & \tilde{Q}_{n-r,n-r} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \tilde{P}_{rr}\tilde{Q}_{rr} & \tilde{P}_{rr}\tilde{Q}_{r,m-r} \\ \tilde{P}_{m-r,r}\tilde{Q}_{rr} & \tilde{P}_{m-r,r}\tilde{Q}_{r,m-r} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

なので，

$$\begin{bmatrix} \tilde{P}_{rr}\tilde{Q}_{rr} & \tilde{P}_{rr}\tilde{Q}_{r,m-r} \\ \tilde{P}_{m-r,r}\tilde{Q}_{rr} & \tilde{P}_{m-r,r}\tilde{Q}_{r,m-r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{r'} & O_{r,n-r'} \\ O_{m-r',r'} & O_{m-r',n-r'} \end{bmatrix} \tag{4.9}$$

が成り立つ．
さて，一般性を失うことなく $r \leq r'$ と仮定してよいので，このように仮定すると

$$\tilde{P}_{rr}\tilde{Q}_{rr} = E_r \tag{4.10}$$
$$tildeP_{rr}\tilde{Q}_{r,m-r} = O_{r,n-r} \tag{4.11}$$
$$\tilde{P}_{m-r,r}\tilde{Q}_{rr} = O_{m-r,r} \tag{4.12}$$

が成り立つ．
したがって，これらと (4.9) より，$\tilde{P}_{m-r,r}\tilde{Q}_{r,m-r} = O_{m-r,n-r}$ が示すことができれば，$r = r'$ となることが分かる．ここで，(4.10) より $\tilde{P}_{rr}$ と $\tilde{Q}_{rr}$ は正則なので，(4.11) と (4.12) より，

$$\tilde{Q}_{r,m-r} = \tilde{P}_{rr}^{-1}O_{r,n-r} = O_{r,n-r}, \qquad \tilde{P}_{m-r,r} = O_{m-r,r}\tilde{Q}_{rr}^{-1} = O_{m-r,r}$$

を得る．ゆえに，

$$\tilde{P}_{m-r,r}\tilde{Q}_{r,m-r} = O_{m-r,r}O_{r,n-r} = O_{m-r,n-r}$$

</td>
<td>

$$\begin{aligned} F_{mn}(r') &= \begin{bmatrix} \tilde{P}_{rr} & \tilde{P}_{r,m-r} \\ \tilde{P}_{m-r,r} & \tilde{P}_{m-r,m-r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_r & O_{r,n-r} \\ O_{m-r,r} & O_{m-r,n-r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{Q}_{rr} & \tilde{Q}_{r,n-r} \\ \tilde{Q}_{n-r,r} & \tilde{Q}_{n-r,n-r} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \tilde{P}_{rr}\tilde{Q}_{rr} & \tilde{P}_{rr}\tilde{Q}_{r,n-r} \\ \tilde{P}_{m-r,r}\tilde{Q}_{rr} & \tilde{P}_{m-r,r}\tilde{Q}_{r,n-r} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

なので，

$$\begin{bmatrix} \tilde{P}_{rr}\tilde{Q}_{rr} & \tilde{P}_{rr}\tilde{Q}_{r,n-r} \\ \tilde{P}_{m-r,r}\tilde{Q}_{rr} & \tilde{P}_{m-r,r}\tilde{Q}_{r,n-r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{r'} & O_{r',n-r'} \\ O_{m-r',r'} & O_{m-r',n-r'} \end{bmatrix} \tag{4.9}$$

が成り立つ．
さて，一般性を失うことなく $r \leq r'$ と仮定してよいので，このように仮定すると

$$\tilde{P}_{rr}\tilde{Q}_{rr} = E_r \tag{4.10}$$
$$\tilde{P}_{rr}\tilde{Q}_{r,n-r} = O_{r,n-r} \tag{4.11}$$
$$\tilde{P}_{m-r,r}\tilde{Q}_{rr} = O_{m-r,r} \tag{4.12}$$

が成り立つ．
したがって，これらと (4.9) より，$\tilde{P}_{m-r,r}\tilde{Q}_{r,n-r} = O_{m-r,n-r}$ が示すことができれば，$r = r'$ となることが分かる．ここで，(4.10) より $\tilde{P}_{rr}$ と $\tilde{Q}_{rr}$ は正則なので，(4.11) と (4.12) より，

$$\tilde{Q}_{r,n-r} = \tilde{P}_{rr}^{-1}O_{r,n-r} = O_{r,n-r}, \qquad \tilde{P}_{m-r,r} = O_{m-r,r}\tilde{Q}_{rr}^{-1} = O_{m-r,r}$$

を得る．ゆえに，

$$\tilde{P}_{m-r,r}\tilde{Q}_{r,n-r} = O_{m-r,r}O_{r,n-r} = O_{m-r,n-r}$$

</td>
</tr>
</table>

	誤	正
p.153, 演習問題 5.6	が $\mathbb{R}^2$ のベクトル空間となるかどうか調べよ.	が $\mathbb{R}^2$ の部分空間となるかどうか調べよ.
p.157, 定理 5.3 の前	以上, 一次独立と一次従属についていろいろと考えましたが, これらを定理として一般的にまとめると次のようになります.	以上, 一次独立と一次従属についていろいろと考えましたが, 以下では, これらに関する基本的な性質を定理としてまとめておきましょう.
p.159, 定理 5.6(1)	$\boldsymbol{x} \in L(\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_m)$ ならば $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_m, \boldsymbol{x}$ は一次従属で $\boldsymbol{x}$ は $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_m$ の一次結合としてただ 1 通りに表される.	$\boldsymbol{x} \in L(\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_m)$ ならば $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_m, \boldsymbol{x}$ は一次従属であり, $\boldsymbol{x}$ は $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_m$ の一次結合としてただ 1 通りに表される.
p.167, 定理 5.9(4) の証明	W の基底を $\{\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_r\}$ とすると, これは V の基底で	W の基底を $\{\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_n\}$ とすると, これは V の基底で
p.168, 定理 5.10 の証明	$\begin{array}{ccccccc} (5) & \Longleftrightarrow & (4) & \Longleftrightarrow & (1) & \Longleftrightarrow & (2) \\ & & & \searrow & \Updownarrow & & \\ & & & & (3) & & \end{array}$	$\begin{array}{ccccccc} (5) & \Longleftrightarrow & (4) & \leftarrow & (1) & \Longleftrightarrow & (2) \\ & & & \searrow & \Updownarrow & & \\ & & & & (3) & & \end{array}$
p.210, (ii)(3)	(3) $(\alpha\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = (\alpha x_1)\overline{y}_1 + \cdots + (\alpha x_n)\overline{y}_n = \alpha(x_1\overline{y}_1 + \cdots x_n\overline{y}_n) = \alpha(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$	$(\alpha\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = (\alpha x_1)\overline{y}_1 + \cdots + (\alpha x_n)\overline{y}_n = \alpha(x_1\overline{y}_1 + \cdots + x_n\overline{y}_n) = \alpha(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$
p.211, (iv)(3)	$A^t\bar{B}$ の (i,j) 成分 $= \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\bar{b}_{kj}$ なので,	$A^t\bar{B}$ の (i,k) 成分 $= \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\bar{b}_{kj}$ なので,
p.213, 定理 7.5 の証明	$(x\boldsymbol{a}_1 + \cdots + x_r\boldsymbol{a}_r, \boldsymbol{a}_i) = x_1(\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_i) + \cdots x_i(\boldsymbol{a}_i, \boldsymbol{a}_i) + \cdots x_r(\boldsymbol{a}_r, \boldsymbol{a}_i) = 0$	$(x\boldsymbol{a}_1 + \cdots + x_r\boldsymbol{a}_r, \boldsymbol{a}_i) = x_1(\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_i) + \cdots + x_i(\boldsymbol{a}_i, \boldsymbol{a}_i) + \cdots + x_r(\boldsymbol{a}_r, \boldsymbol{a}_i) = 0$
p.216, 定理 7.6 の証明における (2) の最後	$\boldsymbol{e}_2 = \frac{1}{\|\boldsymbol{b}_2\|}\boldsymbol{b}_2$ とおくと, $\|\boldsymbol{e}_1\| = 1$ かつ $\boldsymbol{e}_1 \perp \boldsymbol{e}_2$ となる.	$\boldsymbol{e}_2 = \frac{1}{\|\boldsymbol{b}_2\|}\boldsymbol{b}_2$ とおくと, $\|\boldsymbol{e}_2\| = 1$ かつ $\boldsymbol{e}_1 \perp \boldsymbol{e}_2$ となる.

	誤	正
p.218, 演習問題 7.3(2)	グラム・シュミットの直交化を用いて $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{e}_3$ から	グラム・シュミットの直交化を用いて $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{a}_3$ から
p.220, 定理 7.7	随伴行列 A および $\forall\boldsymbol{x}, \forall\boldsymbol{y} \in \mathbb{C}^n$ について次が成り立つ． 1. A が $m \times n$ 複素行列，B が $n \times r$ 複素行列ならば $(AB)^* = B^*A^*$ である． 2. A が正方複素行列ならば，$\det(A^*) = \overline{\det A}$ である． 3. A が正方複素行列ならば，$(A\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = (\boldsymbol{x}, A^*\boldsymbol{y})$ である．ただし，$(\cdot,\cdot)$ は複素内積である．	~~随伴行列 A および~~ $\forall\boldsymbol{x}, \forall\boldsymbol{y} \in \mathbb{C}^n$ について次が成り立つ． 1. A が $m \times n$ 複素行列，B が $n \times r$ 複素行列ならば $(AB)^* = B^*A^*$ である． 2. A が正方複素行列ならば，$\det(A^*) = \overline{\det A}$ である． 3. A が n 次正方複素行列ならば，$(A\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = (\boldsymbol{x}, A^*\boldsymbol{y})$ である．ただし，$(\cdot,\cdot)$ は複素内積である．
p.221, 定理 7.8 の証明	$\|A(\boldsymbol{x}+i\boldsymbol{y})\|^2 = (A\boldsymbol{x}+iA\boldsymbol{y}, A\boldsymbol{x}+iA\boldsymbol{y}) = \|A\boldsymbol{x}\|^2 + (A\boldsymbol{x}, iA\boldsymbol{y}) + (iA\boldsymbol{y}, A\boldsymbol{x}) + \|A\boldsymbol{y}\|^2$ $= \|A\boldsymbol{x}\|^2 - i(A\boldsymbol{x}, A\boldsymbol{y}) + i(A\boldsymbol{y}, A\boldsymbol{x}) + \|A\boldsymbol{y}\|^2$ $= \|A\boldsymbol{x}\|^2 - i(A\boldsymbol{x}, A\boldsymbol{y}) + i\overline{(A\boldsymbol{x}, A\boldsymbol{y})} + \|A\boldsymbol{y}\|^2$ $= \|A\boldsymbol{x}\|^2 + 2\mathrm{Im}(A\boldsymbol{x}, A\boldsymbol{y}) + \|A\boldsymbol{y}\|^2$ なので，	$\|A(\boldsymbol{x}+i\boldsymbol{y})\|^2 = (A\boldsymbol{x}+iA\boldsymbol{y}, A\boldsymbol{x}+iA\boldsymbol{y}) = \|A\boldsymbol{x}\|^2 + (A\boldsymbol{x}, iA\boldsymbol{y}) + (iA\boldsymbol{y}, A\boldsymbol{x}) + \|A\boldsymbol{y}\|^2$ $= \|A\boldsymbol{x}\|^2 - i(A\boldsymbol{x}, A\boldsymbol{y}) + i(A\boldsymbol{y}, A\boldsymbol{x}) + \|A\boldsymbol{y}\|^2$ $= \|A\boldsymbol{x}\|^2 - i(A\boldsymbol{x}, A\boldsymbol{y}) + i\overline{(A\boldsymbol{x}, A\boldsymbol{y})} + \|A\boldsymbol{y}\|^2$ $= \|A\boldsymbol{x}\|^2 + 2\mathrm{Im}(A\boldsymbol{x}, A\boldsymbol{y}) + \|A\boldsymbol{y}\|^2,$ $\|\boldsymbol{x}+i\boldsymbol{y}\|^2 = \|\boldsymbol{x}\|^2 + 2\mathrm{Im}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) + \|\boldsymbol{y}\|^2$ なので，
p.222, 例 7.5(1) の解答を少し丁寧に	これより，$(A^{-1})^*A^{-1} = E_n$ となるので，A^{-1} もユニタリ行列である．	これより，$(A^{-1})^*A^{-1} = AA^{-1} = E_n$ となるので，A^{-1} もユニタリ行列である．
p.241, 定理 9.3 の証明	$(\Longleftarrow)$ 一次独立な A の固有ベクトルを $\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2, \ldots, \boldsymbol{p}_n$ とすると，	$(\Longleftarrow)$ A の固有値 $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ に属する一次独立な固有ベクトルを $\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2, \ldots, \boldsymbol{p}_n$ とすると，

	誤	正
p.241，定理 9.4 の証明	$$\alpha_1\boldsymbol{p}_1+\alpha_2\boldsymbol{p}_2+\cdots\alpha_m\boldsymbol{p}_m+\alpha_{m+1}\boldsymbol{p}_{m+1}=\boldsymbol{0} \tag{9.4}$$	$$\alpha_1\boldsymbol{p}_1+\alpha_2\boldsymbol{p}_2+\cdots+\alpha_m\boldsymbol{p}_m+\alpha_{m+1}\boldsymbol{p}_{m+1}=\boldsymbol{0} \tag{9.4}$$
p.242，定理 9.4 の証明	さらに，仮定より $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m, \lambda_{m+1}$ はすべて異なるので $$a_1=a_2=\cdots=a_m=0$$ である．したがって，(9.4) より $a_{m+1}=\boldsymbol{p}_{m+1}=\boldsymbol{0}$ であり，$\boldsymbol{p}_{m+1}$ は	さらに，仮定より $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m, \lambda_{m+1}$ はすべて異なるので $$\alpha_1=\alpha_2=\cdots=\alpha_m=0$$ である．したがって，(9.4) より $\alpha_{m+1}\boldsymbol{p}_{m+1}=\boldsymbol{0}$ であり，$\boldsymbol{p}_{m+1}$ は
pp.257-2588，例 9.9 の解答	それぞれに属する単位固有ベクトルは $\boldsymbol{x}_1=\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{bmatrix}1\\-2\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2=\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}$ である．よって，$F(\boldsymbol{x})$ は $(x,y)=\left(\frac{1}{\sqrt{5}},-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ のとき最小値 2 をとり，$(x,y)=\left(\frac{2}{\sqrt{5}},\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$ のとき最大値 7 をとる．	それぞれに属する単位固有ベクトルは $\boldsymbol{x}_1=\pm\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{bmatrix}1\\-2\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2=\pm\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}$ である．よって，$F(\boldsymbol{x})$ は $(x,y)=\left(\pm\frac{1}{\sqrt{5}},\mp\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$(複号同順) のとき最小値 2 をとり，$(x,y)=\left(\pm\frac{2}{\sqrt{5}},\pm\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$(複号同順) のとき最大値 7 をとる．
p.259，定義 9.10	n 次正方行列 A が，$\boldsymbol{x}\neq\boldsymbol{0}$ である任意のベクトル $\boldsymbol{x}\in\mathbb{R}^n$ に対して $$(\boldsymbol{x},A\boldsymbol{x})>0 \tag{9.12}$$ を満たすとき，A は**正定値行列**であるといい， $$(\boldsymbol{x},A\boldsymbol{x})\geq 0 \tag{9.13}$$ を満たすとき，A は**半正定値行列**という．ここで，$(\cdot,\cdot)$ は $\mathbb{R}^n$ の内積である．	n 次正方行列 A が，$\boldsymbol{x}\neq\boldsymbol{0}$ である任意のベクトル $\boldsymbol{x}\in\mathbb{R}^n$ に対して $$(\boldsymbol{x},A\boldsymbol{x})>0 \tag{9.12}$$ を満たすとき，A は**正定値行列**であるという．また，A が任意のベクトル $\boldsymbol{x}\in\mathbb{R}^n$ に対して $$(\boldsymbol{x},A\boldsymbol{x})\geq 0 \tag{9.13}$$ を満たすとき，A は**半正定値行列**という．ここで，$(\cdot,\cdot)$ は $\mathbb{R}^n$ の内積である．