最終更新日: 2008 年 7 月 31 日

「スッキリわかる線形代数演習」(初版) 正誤表

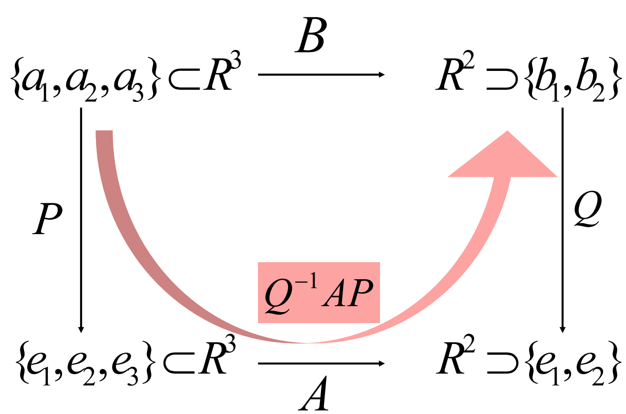
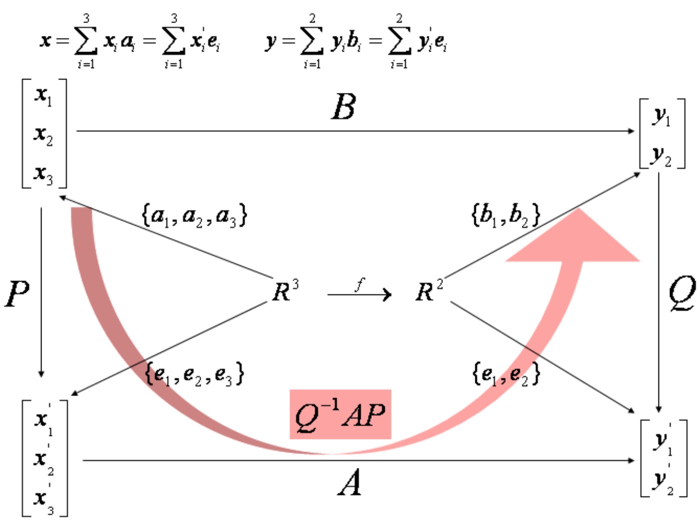
	誤	正
p.6, 演習問題 0.2	w, x, y, z の値を定めることができない.	一般に w, x, y, z の値をただ 1 つに定めることができない.
p.17, 定義 1.6	x に対して集合 B の要素をただ 1 つ対応つける	x に対して集合 B の要素 y をただ 1 つ対応づける
p.38, 問題 2.4 の解答	${}^t(AB)$ の (i, j) 成分 $= \cdots = {}^tB{}^tA$	${}^t(AB)$ の (i, j) 成分 $= \cdots = {}^tB{}^tA$ の (i, j) 成分
p.41，問題 2.6 の解答を分かりやすくする	トレースの性質より $\mathrm{tr}(AB - BA) = \mathrm{tr}(AB) - \mathrm{tr}(BA) = 0$，$\mathrm{tr}(E_n) = n$ なので $\mathrm{tr}(AB - BA) \neq \mathrm{tr}(E_n) = n$ である． よって，$AB - BA = E_n$ となる n 次正方行列は存在しない．	$AB - BA = E_n$ となる A と B が存在すると仮定すると，トレースの性質より $\mathrm{tr}(AB - BA) = \mathrm{tr}(E_n)$ となる． 一方，再びトレースの性質より $\mathrm{tr}(AB - BA) = \mathrm{tr}(AB) - \mathrm{tr}(BA) = 0$，$\mathrm{tr}(E_n) = n$ となるので，$\mathrm{tr}(AB - BA) \neq \mathrm{tr}(E_n)$ である．これは，$\mathrm{tr}(AB - BA) = \mathrm{tr}(E_n)$ に矛盾する． よって，$AB - BA = E_n$ となる n 次正方行列 A, B は存在しない．
p.42, 定義 2.26	n 次正方行列 A に対して次の条件を満たす n 次正則行列 X	n 次正方行列 A に対して次の条件を満たす n 次正方行列 X
p.43,【評価基準･注意】の最初の項目	$\mathrm{tr}(P^{-1}AP)$ を $\mathrm{tr}(PP^{-1}A)$ としてもよいが，$\mathrm{tr}(P^{-1}PA)$ としているものは 0 点.	$\mathrm{tr}(P^{-1}AP)$ を $\mathrm{tr}(PP^{-1}A)$ としてもよいが，$\mathrm{tr}(P^{-1}PA)$ や $\mathrm{tr}(AP^{-1}P)$ としているものは 0 点.
p.45, 定義 2.28 の後に追記		転置行列の記号を使うと，実ベクトルの内積は $$(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) = a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n = [a_1, a_2, \ldots, a_n]\begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = {}^t\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}$$ と表すことができる.

	誤	正
p.49, 3 行目	一般に $\|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}\| = \|\boldsymbol{x}\|^2 - 2\|\boldsymbol{x}\|\|\boldsymbol{y}\| + \|\boldsymbol{y}\|^2$ は	一般に $\|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}\|^2 = \|\boldsymbol{x}\|^2 - 2\|\boldsymbol{x}\|\|\boldsymbol{y}\| + \|\boldsymbol{y}\|^2$ は
p.50, 定義 2.31 の後に追記		この定義より，A が直交行列ならば $A^{-1} = {}^tA$ である．
p.50, 定理 2.9 の後の文を削除．定義 2.29 で既出．	$\|\boldsymbol{a}\| = 1$ となるベクトル $\boldsymbol{a}$ を**単位ベクトル**という．	
p.55, 問題 2.14 の解答に追記	$\begin{bmatrix} \cos\frac{\pi}{6} & -\sin\frac{\pi}{6} \\ \sin\frac{\pi}{6} & \cos\frac{\pi}{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \\ \frac{1}{2} + \sqrt{3} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \cos\frac{\pi}{6} & -\sin\frac{\pi}{6} \\ \sin\frac{\pi}{6} & \cos\frac{\pi}{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \\ \frac{1}{2} + \sqrt{3} \end{bmatrix}$ よって，求めるべき座標は $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1, \frac{1}{2} + \sqrt{3}\right)$ である．
p.63 の (例)	$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} = (1\ \ 2)(1\ \ 3)$	$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} = (1\ \ 3)(1\ \ 2)$
p.64，問題 3.1 の【評価基準・注意】に追記		• この問題より，一般に $\sigma\tau \neq \tau\sigma$ であることが分かる．
p.64，問題 3.2 の【評価基準・注意】に追記		• $\sigma_1 : 1 \to 3 \to 6 \to 1$ は，1 が 3 になり，それが 6 になった後に，1 になるということである．これを右から順に書くと $(1\ \ 1)(1\ \ 6)(1\ \ 3)$ となるが，$(1\ \ 1)$ は恒等置換なので書く必要はない．よって，$\sigma_1 = (1\ \ 6)(1\ \ 3)$ でよい．また，恒等置換は互換ではないことにも注意せよ．

	誤	正
p.65, 問題 3.3 の解答を見やすくするための修正	置換 $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 1 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ とすると，$1 \to 4 \to 2 \to 1, : 3 \to 5 \to 3$ より $\sigma = (3 \quad 5)(1 \quad 2)(1 \quad 4)$	置換 $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 1 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ とすると，σ_1 :$1 \to 4 \to 2 \to 1$, σ_2 :$3 \to 5 \to 3$ より $\sigma = \sigma_1\sigma_2 = (3 \quad 5)(1 \quad 2)(1 \quad 4)$ である．
p.65, 問題 3.3 の【評価基準・注意】を修正	• 互換の積は，一意には定まらないので，例えば $\sigma = (1 \quad 2)(1 \quad 4)(3 \quad 5)$ となってもよい．	• σ_1 と σ_2 には共通要素がないので，$\sigma = \sigma_1\sigma_2 = \sigma_2\sigma_1$ である．よって，$\sigma = (1 \quad 2)(1 \quad 4)(3 \quad 5)$ としてもよい．互換の積は一意に定まらない．ただし，$(1 \quad 2)(1 \quad 4) \neq (1 \quad 4)(1 \quad 2)$ であることには注意せよ．
p.69, 問題 3.4(2)	が成り立つことを示せ．	が成り立つことを具体的に計算して示せ．
p.70, (解答) の 4 行目	そして，$A\boldsymbol{e}_1$ と $A\boldsymbol{e}_2$ を 2 辺とする面積を S とすると	そして，$A\boldsymbol{e}_1$ と $A\boldsymbol{e}_2$ を 2 辺とする平行四辺形の面積を S とすると
p.74, (2) の最初	$\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}, \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}, \boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}$ とすると	$\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}, \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}, \boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}$ とすると

	誤	正
p.86, 1 行目	$= \frac{1}{21}\begin{vmatrix} 4 & -3 \\ -9 & 21 \end{vmatrix} = \frac{1}{21}(48-27) = 1$	$= \frac{1}{21}\begin{vmatrix} 4 & -3 \\ -9 & 12 \end{vmatrix} = \frac{1}{21}(48-27) = 1$
p.91, 間違いではないが，問題 3.13(2) の解答を定理 3.14 に合わせる	(2) サラスの計算法より， $$\det A = (2+2+2) - (1+1+8) = -4$$ である (ここは，問題 3.4 と同じ)．また， $\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-1 \\ 1-4 \\ 2-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{c} \times \boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-4 \\ 2-1 \\ 2-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-1 \\ 2-1 \\ 1-4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}$ なので， $$\mathrm{Cof}(A) =^t [\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c}, \boldsymbol{c} \times \boldsymbol{a}, \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}] = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$ である．ゆえに， $$A^{-1} = \frac{1}{\det A}\mathrm{Cof}(A) = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$	(2) $\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ とすると， $\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-1 \\ 1-4 \\ 2-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{c} \times \boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-4 \\ 2-1 \\ 2-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-1 \\ 2-1 \\ 1-4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}$ なので，定理 3.14 および定理 3.15 より $$\begin{aligned} \det A &= (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}) = 1 \times 1 + 1 \times 1 + 2 \times (-3) = -4 \\ \mathrm{Cof}(A) &= {}^t[\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c}, \boldsymbol{c} \times \boldsymbol{a}, \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}] = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{bmatrix} \\ A^{-1} &= \frac{1}{\det A}\mathrm{Cof}(A) = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$ である．

<table>
<tr><th></th><th>誤</th><th>正</th></tr>
<tr><td>p.96, 定理 4.1</td><td>(これを標準形と呼ぶ) にすることができる．</td><td>(これを標準形と呼ぶ) にすることができる．ただし，$A = O$ も (4.3) に含むものとする．</td></tr>
<tr><td>p.97, 問題 4.2 の直前へ分かりやすくするための説明を追記</td><td></td><td>$P(i,j;c)$ は単位行列 E_n において第 j 行を c 倍して第 i 行に加えたものと考えることができる．また，第 i 列を c 倍して第 j 列に加えたものと考えることができる．例えば，$P(4,1;-1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ は，E_n の第 1 行を (-1) 倍して第 4 行に加えたものと考えることができるし，第 4 列を (-1) 倍して第 1 列に加えたものと考えることができる．このことを踏まえると，$P(i,j;c)$ を左からかけると「第 j 行 $\times c+$第 i 行」，$P(i,j;c)$ を右からかけると「第 i 列 $\times c+$第 j 列」というのを覚えやすくなるだろう．</td></tr>
<tr><td>p.104, 問題 4.4 の解答 (間違いではないが，定理 4.6 と定理 4.8 に基づいた解答に変更)</td><td>$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & 1 & k \\ 5 & 3 & -1 & 7 \\ 1 & -1 & -3 & 3 \end{array}\right] \xrightarrow[\text{入れ換える}]{\text{第 1 列と第 3 列を}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & k \\ -1 & 3 & 5 & 7 \\ -3 & -1 & 1 & 3 \end{array}\right] \xrightarrow[\text{第 1 行×3+第 3 行}]{\text{第 1 行+第 2 行}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & k \\ 0 & 5 & 7 & k+7 \\ 0 & 5 & 7 & 3k+3 \end{array}\right]$$ $$\xrightarrow{\text{第 2 列×(−1)+第 3 列}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & k \\ 0 & 5 & 2 & k+7 \\ 0 & 5 & 2 & 3k+3 \end{array}\right] \xrightarrow{\text{第 2 行×(−1)+第 3 行}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & k \\ 0 & 5 & 2 & k+7 \\ 0 & 0 & 0 & 2k-4 \end{array}\right] (*)$$ $$\xrightarrow[\text{入れ換える}]{\text{第 2 列と第 3 列を}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & k \\ 0 & 2 & 5 & k+7 \\ 0 & 0 & 0 & 2k-4 \end{array}\right] \xrightarrow{\text{第 2 列を 2 で割る}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & k \\ 0 & 1 & 5 & k+7 \\ 0 & 0 & 0 & 2k-4 \end{array}\right] \xrightarrow[\text{第 2 列×(−5)+第 3 列}]{\text{第 1 列×(−1)+第 3 列}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & k \\ 0 & 1 & 0 & k+7 \\ 0 & 0 & 0 & 2k-4 \end{array}\right]$$ である．$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}, \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} k \\ 7 \\ 3 \end{bmatrix}$ に対して $\mathrm{rank}(A) = \mathrm{rank}(A|\boldsymbol{b})$ となればよいので，$2k-4=0$ と選べばよい．よって，$k=2$.</td><td>$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & 1 & k \\ 5 & 3 & -1 & 7 \\ 1 & -1 & -3 & 3 \end{array}\right] \xrightarrow[\text{入れ換える}]{\text{第 1 行と第 3 行を}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -3 & 3 \\ 5 & 3 & -1 & 7 \\ 2 & 2 & 1 & k \end{array}\right] \xrightarrow[\text{第 1 行×(−2)+第 3 行}]{\text{第 1 行×(−5)+第 2 行}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -3 & 3 \\ 0 & 8 & 14 & -8 \\ 0 & 4 & 7 & k-6 \end{array}\right]$$ $$\xrightarrow[\text{入れ換える}]{\text{第 2 行と第 3 行を}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -3 & 3 \\ 0 & 4 & 7 & k-6 \\ 0 & 8 & 14 & -8 \end{array}\right] \xrightarrow{\text{第 2 行×(−2)+第 3 行}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -3 & 3 \\ 0 & 4 & 7 & k-6 \\ 0 & 0 & 0 & -2k+4 \end{array}\right] \quad (*)$$ $$\xrightarrow[\text{第 1 列×(−3)+第 4 列, 第 4 行÷(−2)}]{\text{第 1 列+第 2 列, 第 1 列×3+第 3 列}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 7 & k-6 \\ 0 & 0 & 0 & k-2 \end{array}\right] \xrightarrow{\text{第 2 行÷4}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{7}{4} & \frac{k-6}{4} \\ 0 & 0 & 0 & k-2 \end{array}\right] \xrightarrow[\text{第 2 列×}(-\frac{k-6}{4})\text{+第 4 列}]{\text{第 2 列×}(-\frac{7}{4})\text{+第 3 列}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k-2 \end{array}\right]$$ である．$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix}, \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} k \\ 7 \\ 3 \end{bmatrix}$ に対して $\mathrm{rank}(A) = \mathrm{rank}(A|\boldsymbol{b})$ となればよいので，$k-2=0$ と選べばよい．よって，$k=2$.</td></tr>
<tr><td>p.105, 演習問題 4.7</td><td></td><td>演習問題 4.7 を p.95 の演習問題 4.2 の後に移動</td></tr>
</table>

	誤	正
p.118, 4 行目	だが，E が q に依存しないような p を選んでいるので，	だが，$p = \dfrac{d-c}{a-b-c+d}$ のとき，E は q に依存しないので，
p.120, 問題 5.5 の最後に追記		ここでは，A^{-1} を求めて $\boldsymbol{y}_i(i=1,2,\ldots,5)$ を求めているが，拡大係数行列 $[A\|\boldsymbol{x}_1\ \boldsymbol{x}_2\ \boldsymbol{x}_3\ \boldsymbol{x}_4\ \boldsymbol{x}_5]$ に対して掃き出し法を適用すれば，$y_i(i=1,2,\ldots,5)$ を同時に求めることができる．
p.148 (2):ゴシック体をイタリック体へ	$(*)$ より $\boldsymbol{x} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{x}_i \boldsymbol{a}_i = \ldots$	$(*)$ より $\boldsymbol{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i \boldsymbol{a}_i = \ldots$
p.116 の演習問題 5.4		問題 5.3 の前へ移動，つまり，p.118 へ移動
p.161 の図を変更		

	誤	正
p.178：ユニタリ空間に記述を追加.	内積のことを**複素内積**あるいは**エルミート内積**と呼ぶ.	内積のことを**複素内積**あるいは**エルミート内積**と呼ぶ．なお，$K=\mathbb{R}$ であることを明示したいときは，計量空間のことを**実計量空間**と呼ぶ.
p.180：2 つのベクトルのなす角	シュワルツの不等式より，計量ベクトル空間の要素 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ については...	シュワルツの不等式より，実計量ベクトル空間の要素 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ については...
p.180：「2 つのベクトルのなす角」の後に記述を追加.		複素ベクトル空間の場合は，$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$ が実数になるとは限らないので $0\leq\theta\leq\pi$ の範囲で θ を定めることはできない．ただし，次の「直交」という概念は複素ベクトル空間にも導入できる.
p.181：(1) および (4)	(1) $\mathbb{C}$ 上のベクトル空間 V に内積を... (4) 計量ベクトル空間の要素....	(1) 一般にベクトル空間へ内積を... (4) 実計量ベクトル空間の要素....
p.186：演習問題 9.4	演習問題 9.4 の前に演習問題を示す線が欠落している.	■■■ **演習問題** ■■■■■■■■■■■■■■■■■■■■■■■■ **演習問題 9.4**
p.209：「代数的重複度・幾何的重複度」の位置を整える	A が対角化可能である $\overset{\text{iff}}{\Longleftrightarrow}$ 各 λ_i に対して， 代数的重複度 = 幾何的重複度	A が対角化可能である $\overset{\text{iff}}{\Longleftrightarrow}$ 各 λ_i に対して， 代数的重複度 = 幾何的重複度
p.241，演習問題 3.8(1) の解答	(1) 2	(1) -2
p.242, 演習問題 4.7 の解答	$x_1=6-3\alpha$, $x_2=2$, $x_3=\alpha$(α は任意), $x_4=6$	$x_1=6-3\alpha$, $x_2=4$, $x_3=\alpha$(α は任意), $x_4=6$
p.247，演習問題 11.5 (3), $B=$ を削除	$B=\begin{bmatrix}1&0\\0&2\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1&0\\0&2\end{bmatrix}$