

最終更新日: 2017年12月19日

「スッキリわかる微分積分演習」(第3刷) 正誤表

	誤	正
p.39, 例 1.9(1)	(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 4x} + \sqrt{x^2 + x})$	(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 + x})$
p.39, 例 1.9(1) の解答	<p>(1) 分母と分子に, <math>\sqrt{x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 + x}</math> をかけると,</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 4x} + \sqrt{x^2 + x}) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2 + 4x) - (x^2 + x)}{\sqrt{x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 + x}}$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{\sqrt{1 + \frac{4}{x}} + \sqrt{1 + \frac{1}{x}}} = \frac{3}{2}.$	<p>(1) 分母と分子に, <math>\sqrt{x^2 + 4x} + \sqrt{x^2 + x}</math> をかけると,</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 + x}) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2 + 4x) - (x^2 + x)}{\sqrt{x^2 + 4x} + \sqrt{x^2 + x}}$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{\sqrt{1 + \frac{4}{x}} + \sqrt{1 + \frac{1}{x}}} = \frac{3}{2}.$
p.60, 注意 2.1.3	数学の各種定義や定理の概念をしっかりと見につけることが大事になります.	数学の各種定義や定理の概念をしっかりと <b>身に付ける</b> ことが大事になります.
p.89, 注意 2.3.4, 「つまり」が2回続くため, 表現を変更.	つまり, $1^\infty$ の値は1つには定まらない. つまり, $1^\infty$ の形をした極限値は存在しない.	つまり, $1^\infty$ の値は1つには定まらない <b>ので</b> , $1^\infty$ の形をした極限値は存在しない.

	誤	正
p.95, 演習問題 2.60	点 $a$ を含む開区間で $f''$ が連続であって, $f''(a) \neq 0$ ならば,	点 $a$ を含む開区間で $f''(x)$ が連続であって, $f''(a) \neq 0$ ならば,
p.105, 演習問題 2.73(1)	$f(x) = (x+1)^3(x-2)^2$	$f(x) = (x+1)^3(x-3)^2$
p.147, 定理 3.14 および注意 3.2.6 . 定理 3.14 の $\varphi'(t) \neq 0$ は区間 $(\alpha, \beta)$ において恒等的に 0 でない, という意味のもりだったが, 誤解を与えているようなので, 注意 3.2.6 と共に変更 .	<p>定理 3.14 <math>f(x)</math> は <math>[a, b]</math> で連続, <math>\varphi(t)</math> は <math>[\alpha, \beta]</math> (または <math>[\beta, \alpha]</math>) で微分可能で, <math>\varphi'(t)</math> は連続かつ <math>\varphi'(t) \neq 0</math> とする . このとき, <math>a = \varphi(\alpha), b = \varphi(\beta)</math> ならば,</p> $\int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)dt \quad (x = \varphi(t))$ <p>ただし, <math>\varphi(t)</math> の値域は <math>[a, b]</math> に含まれるとする .</p> <p>注意 3.2.6 <math>\varphi'(t) = 0</math> のときは, つねに <math>\int_a^b f(x)dx = 0</math> となってしまう . また, 閉区間 <math>(\alpha, \beta)</math>(または <math>(\beta, \alpha)</math>) において <math>\varphi'(t) \neq 0</math> でなければならないが, <math>\varphi'(\alpha) = 0</math> あるいは <math>\varphi'(\beta) = 0</math> となってもよい . なお, <math>\varphi'(\alpha) = 0</math> および <math>\varphi'(\beta) = 0</math> は, 右微分係数あるいは左微分係数の意味で解釈する .</p>	<p>定理 3.14 <math>f(x)</math> は <math>[a, b]</math> で連続, <math>\varphi(t)</math> は <math>[\alpha, \beta]</math> (または <math>[\beta, \alpha]</math>) で微分可能で, <math>\varphi'(t)</math> は連続かつ <math>\varphi'(t) \neq 0</math> とする . このとき, <math>a = \varphi(\alpha), b = \varphi(\beta)</math> ならば,</p> $\int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)dt \quad (x = \varphi(t))$ <p>ただし, <math>\varphi(t)</math> の値域は <math>[a, b]</math> に含まれるとする .</p> <p>注意 3.2.6 <math>\varphi'(t)</math> は連続でなければならないが, <math>\varphi(t)</math> が単調関数である必要はない . また, <math>x</math> と <math>t</math> の対応が 1 対 1 である必要もない . したがって, 例えば, <math>\int_0^\pi \sin^2 t \cos t dt = \left[ \frac{1}{3} \sin^3 t \right]_0^\pi = 0</math> という計算を, <math>x = \sin t</math> とおいて, <math>\int_0^\pi \sin^2 t \cos t dt = \int_0^0 x^2 dx = 0</math> と計算してもよい . 積分の範囲が <math>x: 0 \rightarrow 0</math> となっていることに違和感を覚えるかもしれないが, <math>x = \sin t</math> という置換により, <math>t: 0 \rightarrow \pi</math> に対応して, <math>x</math> は 0 から連続的に動いて 0 へ戻ってきただけで, <math>0 \leq t \leq \pi</math> において恒等的に <math>x = 0</math> という意味ではない . <del>なお, <math>\varphi'(\alpha)</math> および <math>\varphi'(\beta) = 0</math> は, 右微分係数あるいは左微分係数の意味で解釈する .</del></p>
p.148, 例 3.19(1) の解答	(1) $t = \sqrt{1-x}$ とおくと, $0 \leq x \leq 1$ である . $x: 0 \rightarrow 1$ のとき $t: 1 \rightarrow 0$	(1) $t = \sqrt{1-x}$ とおくと, <del><math>0 \leq x \leq 1</math> である</del> $x: 0 \rightarrow 1$ のとき $t: 1 \rightarrow 0$
p.148, 例 3.19(2) の解答	ここで, $x = a \sin t$ とおけば $0 \leq x \leq a$ である . また, $x: 0 \rightarrow a$ のとき $t: 0 \rightarrow \frac{\pi}{2}$ であり,	ここで, $x = a \sin t$ とおけば <del><math>0 \leq x \leq a</math> である . また</del> , $x: 0 \rightarrow a$ のとき $t: 0 \rightarrow \frac{\pi}{2}$ であり,

	誤	正
p.157, 注意 3.3.2	例 3.22 において,	例 3.22(3) において,
p.163, 例 3.26 の解答	$s - 1 < 1$ のとき $\int x^{s-1} dx$ が広義積分になるので,	$s - 1 < 1$ のとき $\int_0^{\infty} x^{s-1} dx$ が広義積分になるので,
p.166, 定理 3.22	$x = \varphi(t)$ は $[\alpha, \beta]$ において微分可能で, $\varphi'(t)$ は連続かつ $(\alpha, \beta)$ において $\varphi'(t) \neq 0$ とする. このとき, $y = \psi(t)$ が $[a, b]$ において連続で, $a = \varphi(\alpha)$ , $b = \varphi(\beta)$ ならば,	$x = \varphi(t)$ は $[\alpha, \beta]$ において微分可能で, $\varphi'(t)$ は連続かつ $(\alpha, \beta)$ において $\varphi'(t) > 0$ または $\varphi'(t) < 0$ とする. このとき, $y = \psi(t)$ が $[a, b]$ において連続で, $a = \varphi(\alpha)$ , $b = \varphi(\beta)$ ならば,
p.169, 演習問題 3.58	$\sqrt{x^2 + y^2} = a(1 + \frac{x}{r})$ ( $a > 0$ ) の極方程式 $r = f(\theta)$ を求め, この曲線の囲む面積 $S$ を求めよ.	$\sqrt{x^2 + y^2} = a \left( 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right)$ ( $a > 0$ ) の極方程式 $r = f(\theta)$ を求め, この曲線の囲む面積 $S$ を求めよ.
p.183, 定義 4.2 の後の説明	$S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ とすると, $0 \leq S_1 \leq S_2 \leq \dots \leq S_n \leq S_{n+1} \leq \dots \rightarrow \infty \quad (n \rightarrow \infty)$ なので, 正項級数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ が発散するということは $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \infty$ となることである.	$S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ とすると, 正項級数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ が発散するとき, $0 \leq S_1 \leq S_2 \leq \dots \leq S_n \leq S_{n+1} \leq \dots \rightarrow \infty \quad (n \rightarrow \infty)$ となるので, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ が発散するということは $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \infty$ となることである.
p.187, 定理 4.6, §4.4 の収束半径 $r$ と混同しないための措置.	正項級数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ において $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = r \quad (0 \leq r \leq \infty) \quad (4.4)$ が存在するとき ( $r = \infty$ も含むことに注意) 1. $0 \leq r < 1$ ならば $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ は収束する. 2. $1 < r \leq \infty$ ならば $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ は発散する.	正項級数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ において $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = l \quad (0 \leq l \leq \infty) \quad (4.4)$ が存在するとき ( $l = \infty$ も含むことに注意) 1. $0 \leq l < 1$ ならば $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ は収束する. 2. $1 < l \leq \infty$ ならば $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ は発散する.

	誤	正
p.187, 定理 4.7, §4.4 の収束半径 $r$ と混同しないための措置 .	<p>正項級数 <math>\sum_{n=1}^{\infty} a_n</math> において</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = r \quad (0 \leq r \leq \infty) \quad (4.5)$ <p>が存在するとき (<math>r = \infty</math> も含むことに注意)</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>0 \leq r &lt; 1</math> ならば <math>\sum_{n=1}^{\infty} a_n</math> は収束する .</li> <li><math>1 &lt; r \leq \infty</math> ならば <math>\sum_{n=1}^{\infty} a_n</math> は発散する .</li> </ol>	<p>正項級数 <math>\sum_{n=1}^{\infty} a_n</math> において</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = l \quad (0 \leq l \leq \infty) \quad (4.5)$ <p>が存在するとき (<math>l = \infty</math> も含むことに注意)</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>0 \leq l &lt; 1</math> ならば <math>\sum_{n=1}^{\infty} a_n</math> は収束する .</li> <li><math>1 &lt; l \leq \infty</math> ならば <math>\sum_{n=1}^{\infty} a_n</math> は発散する .</li> </ol>
p.188, 注意 4.2.2, 定理 4.6 と 4.7 の記号変更に伴う措置 .	<p>ダランベールの判定法 (定理 4.6) とコーシーの判定法 (定理 4.7) はともに <math>r = 1</math> の場合, 収束・発散の判定はできない . 例えば, <math>S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}</math> は収束し, <math>T = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}</math> は発散するが, ともに <math>r = 1</math> である .</p>	<p>ダランベールの判定法 (定理 4.6) とコーシーの判定法 (定理 4.7) はともに <math>l = 1</math> の場合, 収束・発散の判定はできない . 例えば, <math>S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}</math> は収束し, <math>T = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}</math> は発散するが, ともに <math>l = 1</math> である .</p>
p.216, 例 5.7 の解答	<p>(1) <math>x = r \cos \theta, y = r \sin \theta</math> とすると <math>(x, y) \rightarrow (0, 0)</math> のとき <math>r \rightarrow 0</math> なので</p> $0 \leq \left  \frac{2r^3 \cos \theta \sin^2 \theta}{r^2} \right  \leq  2r \cos \theta \sin^2 \theta  \leq 2r \rightarrow 0 \quad (r \rightarrow 0)$	<p>(1) <math>x = r \cos \theta, y = r \sin \theta</math> とすると <math>(x, y) \rightarrow (0, 0)</math> のとき <math>r \rightarrow 0</math> なので</p> $0 \leq \left  \frac{2r^3 \cos \theta \sin^2 \theta}{r^2} \right  =  2r \cos \theta \sin^2 \theta  \leq 2r \rightarrow 0 \quad (r \rightarrow 0)$

	誤	正
p.224, 演習問題 5.30	(1) $z = \cos^{-1}\left(\frac{x}{y}\right)$ (2) $z = y^x$	(1) $z = \cos^{-1}\left(\frac{x}{y}\right)$ ( $y \neq 0$ ) (2) $z = y^x$ ( $y > 0$ )
p.228, 例 5.15	例 5.14 の解答より, $x \neq 0$ のとき, $f_x(x, y) = 2x \tan^{-1} \frac{y}{x} - \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}$ であり, $f_y(x, y) = x^2 \frac{1}{1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2} \frac{1}{x} = \frac{x}{1 + \frac{y^2}{x^2}} = \frac{x^3}{x^2 + y^2}$ である. また,	$x \neq 0$ のとき, $f_y(x, y) = x^2 \frac{1}{1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2} \frac{1}{x} = \frac{x}{1 + \frac{y^2}{x^2}} = \frac{x^3}{x^2 + y^2}$ , $f_y(h, 0) = \frac{h^3}{h^2} = h$ であり,
p.240, 下から 3 行 目	また, 1 点を共有する 2 直線がともに上にあるような平面はただ 1 つ存在するから, $l_1$ と $l_2$ を含む平面はただ 1 つ, つまり, 接平面はただ 1 つ存在する. ここで, $l_1$ と $l_2$ は $(a, b, f(a, b))$ で交わることに注意して欲しい.	また, 1 点を共有する 2 直線を含むような平面はただ 1 つ存在するから, $l_1$ と $l_2$ を含む平面はただ 1 つ, つまり, 接平面はただ 1 つ存在する. ここで, $l_1$ と $l_2$ は $(a, b, f(a, b))$ で交わることに注意して欲しい.
p.251, 定理 5.18	関数 $x = f(x, y)$ が原点 $(0, 0)$ と点 $(x, y)$ を結ぶ線分を含む領域 $D$ で $C^n$ 級であれば,	関数 $z = f(x, y)$ が原点 $(0, 0)$ と点 $(x, y)$ を結ぶ線分を含む領域 $D$ で $C^n$ 級であれば,
p.264, 演習問題 5.29	$f(x, y) = 2x^2 + 2xy + y^2 - 1 = 0$ で定まる陰関数を $y = f(x)$ とする. このとき, $f(x)$ の極値を求めよ.	$F(x, y) = 2x^2 + 2xy + y^2 - 1 = 0$ で定まる陰関数を $y = f(x)$ とする. このとき, $f(x)$ の極値を求めよ.
p.293, 空間極座標の定義	ただし, $r \geq 0, 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$ である.	ただし, $r \geq 0, 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi < 2\pi$ (または $-\pi \leq \varphi < \pi$ ) である.
p.293, 円柱座標の定義	ただし, $r \geq 0, 0 \leq \theta \leq 2\pi$ である.	ただし, $r \geq 0, 0 \leq \theta < 2\pi$ (または $-\pi \leq \theta < \pi$ ) である.
p.294, 例 6.9(1) の解答	なので, $\iiint_D \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz = \int_0^a \left( \int_0^\pi \left( \int_0^{2\pi} r \cdot r^2 \sin \theta d\varphi \right) d\theta \right) dr$ $= \left( \int_0^a r^3 dr \right) \left( \int_0^\pi \sin \theta d\theta \right) \left( \int_0^{2\pi} d\varphi \right) = \frac{a^4}{4} [-\cos \theta]_0^\pi \cdot 2\pi = \pi a^4$ である.	であり, $0 \leq \theta \leq \pi$ より $\sin \theta \geq 0$ なので $ J  = r^2 \sin \theta$ となり, $\iiint_D \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz = \int_0^a \left( \int_0^\pi \left( \int_0^{2\pi} r \cdot r^2 \sin \theta d\varphi \right) d\theta \right) dr$ $= \left( \int_0^a r^3 dr \right) \left( \int_0^\pi \sin \theta d\theta \right) \left( \int_0^{2\pi} d\varphi \right) = \frac{a^4}{4} [-\cos \theta]_0^\pi \cdot 2\pi = \pi a^4$ を得る.

	誤	正
p.295, 例 6.9(2) の 解答	<p>よって, <math>\cos \theta \geq 0</math> であり, これより <math>0 \leq \theta \leq \pi</math> なので, <math>D</math> は <math>E = \{(r, \theta, z) \mid 0 \leq r \leq a \cos \theta, 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq z \leq \sqrt{a^2 - r^2}\}</math> に対応する.</p> <p>ここで,</p> $J = \begin{vmatrix} x_r & x_\theta & x_z \\ y_r & y_\theta & y_z \\ z_r & z_\theta & z_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \theta & -r \sin \theta & 0 \\ \sin \theta & r \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = r$ <p>なので,</p> $\begin{aligned} \iiint_D z dx dy dz &= \int_0^\pi \left( \int_0^{a \cos \theta} \left( \int_0^{\sqrt{a^2 - r^2}} z r dz \right) dr \right) d\theta \\ &= \int_0^\pi \left( \int_0^{a \cos \theta} r \left[ \frac{1}{2} z^2 \right]_0^{\sqrt{a^2 - r^2}} dr \right) d\theta = \frac{1}{2} \int_0^\pi \left( \int_0^{a \cos \theta} r(a^2 - r^2) dr \right) d\theta \\ &= \frac{1}{2} \int_0^\pi \left[ \frac{1}{2} a^2 r^2 - \frac{1}{4} r^4 \right]_0^{a \cos \theta} d\theta = \frac{a^4}{4} \int_0^\pi \left( \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \cos^4 \theta \right) d\theta \\ &= \frac{a^4}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left( \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \cos^4 \theta \right) d\theta = \frac{a^4}{2} \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \right) = \frac{5\pi}{64} a^4 \end{aligned}$ <p>である. なお, 計算の途中で <math>\cos \theta</math> は <math>x = \frac{\pi}{2}</math> に関して対称であることを利用した.</p>	<p>よって, <math>\cos \theta \geq 0</math> であり, これより <math>-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}</math> なので, <math>D</math> は <math>E = \{(r, \theta, z) \mid 0 \leq r \leq a \cos \theta, -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq z \leq \sqrt{a^2 - r^2}\}</math> に対応する.</p> <p>ここで,</p> $J = \begin{vmatrix} x_r & x_\theta & x_z \\ y_r & y_\theta & y_z \\ z_r & z_\theta & z_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \theta & -r \sin \theta & 0 \\ \sin \theta & r \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = r$ <p>なので,</p> $\begin{aligned} \iiint_D z dx dy dz &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left( \int_0^{a \cos \theta} \left( \int_0^{\sqrt{a^2 - r^2}} z r dz \right) dr \right) d\theta \\ &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left( \int_0^{a \cos \theta} r \left[ \frac{1}{2} z^2 \right]_0^{\sqrt{a^2 - r^2}} dr \right) d\theta = \frac{1}{2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left( \int_0^{a \cos \theta} r(a^2 - r^2) dr \right) d\theta \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left[ \frac{1}{2} a^2 r^2 - \frac{1}{4} r^4 \right]_0^{a \cos \theta} d\theta = \frac{a^4}{4} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left( \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \cos^4 \theta \right) d\theta \\ &= \frac{a^4}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left( \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \cos^4 \theta \right) d\theta = \frac{a^4}{2} \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \right) = \frac{5\pi}{64} a^4 \end{aligned}$ <p>である. なお, 計算の途中で <math>\cos \theta</math> が偶関数であることを利用した.</p>