

第9章

演習 9.1

$n \times n$ 行列 A に対して円板

C_i

$$C_i = \{ z ; |z - a_{ii}| \leq$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |a_{ij}| \} \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

を考える。このとき、 A のすべての固有値は集合

$$S = \bigcup_{i=1}^n C_i$$
 に含まれる。

演習 9.2

$$\begin{aligned} & \int_1^n \frac{1}{r} \log r^2 dr = \\ & \Bigl[\frac{1}{2} r^2 \log r^2 \Bigr]_1^n - \int_1^n \frac{1}{2} r^2 \frac{2r}{r^2} dr \\ & = \frac{1}{2} n^2 \log n^2 - \int_1^n \frac{1}{r} dr \\ & = \frac{1}{2} n^2 \log n^2 - \Bigl[\frac{1}{2} r^2 \Bigr]_1^n \\ & = \frac{1}{2} n^2 \log n^2 - \frac{1}{2} n^2 + \frac{1}{2} \end{aligned}$$

演習 9.3

IEEE754 に準拠したコンピュータで計算した場合、
倍精度型 (double 型) において $(1 + 2^{-53} + 2^{-54})$
を最近点への丸めで計算すると

$$\begin{aligned} & 1 + 2^{-53} + 2^{-54} \\ & = \Bigl(\frac{1}{2} + \frac{0}{2^2} + \dots + \frac{0}{2^{53}} \Bigr) \\ & \quad \times 2 + \\ & \quad \Bigl(\frac{1}{2} + \frac{0}{2^2} + \dots + \frac{0}{2^{53}} \Bigr) \\ & \quad \times 2^{-52} \\ & \quad \overset{\text{shoveright}}{=} \Bigl(\frac{1}{2} + \frac{0}{2^2} + \dots + \frac{0}{2^{53}} \Bigr) \\ & \quad \times 2^{-53} \\ & = \Bigl(\frac{1}{2} + \frac{0}{2^2} + \dots + \frac{0}{2^{53}} + \frac{1}{2^{54}} \\ & \quad + \frac{1}{2^{55}} \Bigr) \times 2 \end{aligned}$$

ここで、 $t=53$ なので、

$\frac{1}{2^{55}}$ の影響により、

$\frac{1}{2^{54}}$ は四捨五入 (最近点への丸め)

により切り上げられる。よって、

$$1 + u = \Bigl(\frac{1}{2} + \frac{0}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{53}} \Bigr) \times 2 = 1 + 2^{-52}$$

となる。